Über die Bahn des Planeten (62) „Erato"

Von dem w. M. Prof. Dr. **Theodor R. v. Oppolzer.**

(Vorgelegt in der Sitzung am 16. Februar 1871.)

Im Berliner Jahrbuche für 1873 sind vier Planeten aufgeführt, die als verloren zu betrachten sind und deren Wiederauffindung dem Geschicke und Glücke der Entdecker gänzlich wieder anheimgegeben werden; dieselben sind: (62) Erato, (66) Maja, (91) Ägina und (99) Dike. Für Maja und Dike mag in der That die angeführte Bemerkung gelten, aber sowohl für Erato als auch Ägina wird eine sorgfältige Discussion der Beobachtungen und ein genauer Anschluss an dieselben keineswegs die Verhältnisse so ungünstig erscheinen lassen; ich meine sogar, dass dann diese Planeten nicht übermässige Schwierigkeiten bei der Nachforschung bereiten werden. Für Erato nun habe ich die Rechnungen so ausgeführt, wie mir dieselben für die Erreichung des angestrebten Zweckes angemessen schienen und lege dieselben in dieser Abhandlung nieder; für Ägina beabsichtige ich, falls mir Musse hiefür wird, eine ähnliche Discussion noch rechtzeitig zu liefern[1]. Bei diesen Discussionen hat es einen besonderen Werth, wenn man in der Lage ist, den Beobachtern ein leitendes Mass zu geben, innerhalb welcher Grenzen sie die Nachforschungen auszudehnen haben, um sicher zu sein, den Planeten innerhalb dieser auffinden zu können; die Vernachlässigung dieses Umstandes mag hauptsächlich neben der bedeutenden Lichtschwäche die Ursache gewesen sein, dass Erato nicht wieder gefunden wurde; in der That sind die Grenzen der Unsicherheit verhältnissmässig eng und ein Blick auf die am Schlusse dieser

[1] Während des Druckes dieser Zeilen sind schon die Rechnungen für Ägina einigermassen vorgeschritten, nur die noch ausstehende Bestimmung einiger Vergleichssterne hat den Abschluss derselben verhindert.

Abhandlung gegebenen Ephemeriden zeigt, dass wohl kaum die Abweichung des errechneten Ortes vom thatsächlichen auf ± 5 Zeitminuten anwachsen wird in der nächsten Opposition (1871 September). Ich erwarte demnach mit Sicherheit die Wiederauffindung dieses Planeten auf Grundlage meiner Rechnungen, da in dieser Opposition der Planet selbst für mässigere Fernröhre erreichbar sein wird; sollte sich jedoch wider Erwarten diese Hoffnung nicht bestätigen, so ist mindestens durch die vorliegende Bearbeitung das gesammte Beobachtungsmaterial zu einer Bahnbestimmung herangezogen worden, was meines Wissens bisher noch nicht geschehen ist und ist dadurch die vorliegende Bearbeitung auch im ungünstigsten Falle nicht als ganz überflüssig und werthlos zu betrachten.

Erato wurde am 14. September 1860 auf der Berliner Sternwarte durch Prof. Förster und Dr. Lesser entdeckt und gewissermassen zufällig, indem dieser Planet während der Nachforschung nach dem damals von Chacornac in Paris eben entdeckten Planeten (59) „Elpis" aufgefunden wurde und anfänglich mit demselben irrthümlicher Weise identificirt wurde. Förster berichtet über diese Entdeckung und über seinen Antheil an derselben in Nr. 1279 und 1281 der Astronom. Nachrichten wie folgt:

„Bei der Aufsuchung des Chacornac'schen Planeten wurde auf der hiesigen Sternwarte am 14. September ein Stern 11. Grösse gefunden, der in der Nähe des in Paris beobachteten Planeten stand und sich bewegte. In Folge dessen wurde dieser Stern für den Planeten gehalten und bis 10. Oct. achtmal beobachtet. Obgleich die Bewegung, die aus den ersten Beobachtungen folgte, mit dem Pariser Orte nicht stimmte, wurde doch nicht weiter darauf geachtet, weil die telegraphische Depesche, durch die wir jenen Ort erhielten, nicht verlässlich genug schien".

„Die Differenz in der Helligkeit, die 1·5 Grössenklassen in Vergleichung mit der Pariser Angabe betrug, ward ebenfalls nicht für entscheidend gehalten, um die Identität in Zweifel zu stellen, indem bekanntlich in den Schätzungen noch grosse Verschiedenheiten obwalten".

„Ein Brief von Herrn Dr. Luther machte indessen darauf aufmerksam, dass die Beobachtungen von Bilk und Wien in

demselben Sinne wie die Ephemeride von Herrn Airy von unseren Resultaten abweichen. In der That ist diese Abweichung so beträchtlich, dass der von jenen Herrn in Greenwich und in Paris beobachtete Planet mit dem in Berlin beobachteten nicht mehr als identisch angesehen werden kann, sondern unzweifelhaft ein neuer Planet ist, welcher die Zahl (62) tragen muss“.

An dem zweiten oben citirten Orte schreibt Förster weiter: „Von dem neuen Planeten, dessen unmittelbare Auffindung am 14. und 19. Sept. zwar durch mich geschah, an dem jedoch Herrn Lesser vielleicht der wichtigste Antheil für seine sorgfältigen ersten Beobachtungen gebührte, haben auch hier Elementen-Berechnungen stattgefunden . . .“.

Prof. Encke gab diesem Planeten den Namen Erato.

Der Planet wurde fast ausschliesslich in Berlin beobachtet und bis zum 8. Februar 1861 verfolgt; auf Grundlage dieser Beobachtungen nun hat Herr Stud. A. Schmidt Elemente und Ephemeriden für die nächste Opposition berechnet, nach denen auch in der That der Planet am 6. December 1861 in Berlin aufgefunden wurde; die Beobachtungen in dieser Opposition reichen nur bis zum 22. Jänner 1862; von da ab ist mir keine Beobachtung des Planeten bekannt geworden, wiewohl mir aus einer mündlichen Mittheilung von Prof. Förster bekannt ist, dass man in Berlin den Planeten in der dritten Opposition einmal glaubt beobachtet zu haben. Eine Anfrage in dieser Beziehung nach Berlin blieb unbeantwortet[1]. Die nächste Ursache des Verlustes des Planeten war von da ab die fehlerhafte Vorausberechnung. Schubert hatte in Nr. 1698 der Astronom. Nachrichten seine Untersuchungen über diesen Planeten veröffentlicht, doch ist der Planet auf Grundlage der von ihm berechneten Ephemeriden nicht aufgefunden worden, indem Ungunst der Witterung die Nachforschungen wesentlich behinderte.

Vor Allem schien es nöthig, das ziemlich reiche Beobachtungsmaterial in einige Normalorte zusammenzufassen und ich theile, um die Übersicht zu erleichtern, die Discussion der Beobachtungen nach den beiden Oppositionen ab.

---

[1] Der dieser Abhandlung angefügte Anhang erledigt diese Anfrage.

I. Opposition.

Mit genäherten Elementen leitete ich mir die folgende Ephemeride ab, die für 12ʰ mittlere Berliner Zeit den geocentrischen Ort des Planeten gibt, bezogen auf das wahre Äquinoctium; die Aberrationsconstante ist nach W. Struve angenommen worden.

12ʰ Berliner Zeit		α (62)	δ (62)	log Δ	Abrrzt.
1860 September	13.	0ʰ38ᵐ42ˢ56	+1° 0'50"0	0·2248	13ᵐ55ˢ
	14.	0 38 5·62	+0 55 54·5	0·2237	13 53
	15.	0 37 27·83	+0 50 55·1	0·2226	13 51
	16.	0 36 49·24	+0 45 52·1	0·2216	13 49
	17.	0 36 9·91	+0 40 46·0	0·2206	13 47
	18.	0 35 29·88	+0 35 37·1	0·2197	13 46
	19.	0 34 49·21	+0 30 25·7	0·2189	13 44
	20.	0 34 7·96	+0 25 12·3	0·2181	13 43
	21.	0 33 26·16	+0 19 57·3	0·2174	13 41
	22.	0 32 43·88	+0 14 40·9	0·2168	13 40
	23.	0 32 1·17	+0 9 23·7	0·2163	13 39
	24.	0 31 18·10	+0 4 6·0	0·2158	13 38
	25.	0 30 34·71	—0 1 11·7	0·2154	13 37
	26.	0 29 51·05	—0 6 29·2	0·2151	13 37
	27.	0 29 7·18	—0 11 46·1	0·2148	13 36
	28.	0 28 23·17	—0 17 1·9	0·2146	13 36
	29.	0 27 39·07	—0 22 16·3	0·2145	13 36
„	30.	0 26 54·94	—0 27 28·9	0·2145	13 36
October	1.	0 26 10·83	—0 32 39·3	0·2145	13 36
	2.	0 25 26·80	—0 37 47·1	0·2146	13 36
	3.	0 24 42·90	—0 42 52·0	0·2147	13 36
	4.	0 23 59·19	—0 47 53·6	0·2150	13 37
	5.	0 23 15·73	—0 52 51·4	0·2153	13 37
	6.	0 22 32·57	—0 57 45·1	0·2157	13 38
	7.	0 21 49·77	—1 2 34·4	0·2162	13 39
	8.	0 21 7·39	—1 7 18·8	0·2167	13 40
	9.	0 20 25·49	—1 11 58·0	0·2173	13 41
	10.	0 19 44·12	—1 16 31·6	0·2180	13 42
	11.	0 19 3·33	—1 20 59·2	0·2187	13 44
	12.	0 18 23·19	—1 25 20·6	0·2195	13 45
	13.	0 17 43·74	—1 29 35·4	0·2204	13 47
	14.	0 17 5·04	—1 33 43·2	0·2213	13 49
	15.	0 16 27·15	—1 37 43·8	0·2223	13 51
	16.	0 15 50·11	—1 41 36·8	0·2234	13 53
	17.	0 15 13·98	—1 45 22·0	0·2245	13 55
	18. ...	0 14 38·79	—1 48 59·1	0·2257	13 57

12h Berliner Zeit			α (62)	δ (62)	log Δ	Abrrzt.
1860	October	19.	0h14m 4s59	—1°52'27"9	0·2269	13m59s
		20.	0 13 31·43	—1 55 48·1	0·2282	14 2
		21.	0 12 59·33	—1 58 59·6	0·2296	14 5
		22.	0 12 28·34	—2 2 2·1	0·2310	14 7
		23.	0 11 58·49	—2 4 55·5	0·2325	14 10
		24.	0 11 29·83	—2 7 39·5	0·2340	14 13
		25.	0 11 2·37	—2 10 14·1	0·2356	14 16
		26.	0 10 36·14	—2 12 39·2	0·2372	14 20
		27.	0 10 11·17	—2 14 54·6	0·2389	14 23
		28.	0 9 47·48	—2 17 0·1	0·2406	14 26
		29.	0 9 25·10	—2 18 55·8	0·2424	14 30
		30.	0 9 4·04	—2 20 41·5	0·2442	14 34
	„	31.	0 8 44·33	—2 22 17·1	0·2460	14 37
	November	1.	0 8 25·98	—2 23 42·7	0·2479	14 41
		2.	0 8 9·01	—2 24 58·1	0·2498	14 45
		3.	0 7 53·43	—2 26 3·2	0·2518	14 49
		4.	0 7 39·27	—2 26 58·1	0·2538	14 53
		5.	0 7 26·54	—2 27 42·6	0·2558	14 57
		6.	0 7 15·25	—2 28 16·8	0·2579	15 2
		7.	0 7 5·40	—2 28 40·6	0·2600	15 6
		8.	0 6 57·01	—2 28 54·0	0·2622	15 11
		9.	0 6 50·08	—2 28 57·0	0·2644	15 15
		10.	0 6 44·61	—2 28 49·5	0·2666	15 20
		11.	0 6 40·62	—2 28 31·6	0·2688	15 24
		12.	0 6 38·13	—2 28 3·4	0·2710	15 29
		13.	0 6 37·13	—2 27 24·8	0·2733	15 34
		14.	0 6 37·62	—2 26 35·9	0·2756	15 39
		15.	0 6 39·59	—2 25 36·7	0·2779	15 44
		16.	0 6 43·05	—2 24 27·3	0·2802	15 49
		17.	0 6 47·98	—2 23 7·8	0·2825	15 54
		18.	0 6 54·39	—2 21 38·2	0·2849	15 59
		19.	0 7 2·27	—2 19 58·6	0·2873	16 5
		20.	0 7 11·61	—2 18 9·2	0·2897	16 10
		21.	0 7 22·41	—2 16 10·0	0·2921	16 15
		22.	0 7 34·65	—2 14 1·2	0·2945	16 21
		23.	0 7 48·33	—2 11 42·8	0·2969	16 26
		24.	0 8 3·43	—2 9 14·9	0·2994	16 32
		25.	0 8 19·93	—2 6 37·7	0·3018	16 37
		26.	0 8 37·82	—2 3 51·3	0·3043	16 43
		27.	0 8 57·09	—2 0 55·8	0·3068	16 49
		28.	0 9 17·73	—1 57 51·3	0·3093	16 55
		29.	0 9 39·73	—1 54 37·9	0·3117	17 0
	„	30.	0 10 3·08	—1 51 15·7	0·3142	17 6
	December	1.	0 10 27·76	—1 47 44·9	0·3167	17 12

12h Berliner Zeit			α (62)	δ (62)	log Δ	Abrrzt.
1860	December	2.	0h10m53s76	−1°44′ 5″6	0·3192	17m18s
		3.	0 11 21·06	−1 40 17·7	0·3217	17 24
		4.	0 11 49·65	−1 36 21·5	0·3242	17 30
		5.	0 12 19·51	−1 32 17·0	0·3267	17 36
		6.	0 12 50·63	−1 28 4·4	0·3292	17 42
1861	Januar	8.	0 40 11·14	+1 54 4·9	0·4076	21 13
		9.	0 41 16·47	+2 1 43·6	0·4098	21 19
		10.	0 42 22·55	+2 9 26·4	0·4120	21 26
		11.	0 43 29·38	+2 17 13·2	0·4142	21 32
		12.	0 44 36·95	+2 25 3·8	0·4163	21 38
		13.	0 45 45·25	+2 32 58·2	0·4184	21 45
		14.	0 46 54·27	+2 40 56·3	0·4205	21 51
		15.	0 48 4·02	+2 48 57·9	0·4226	21 57
		16.	0 49 14·47	+2 57 3·0	0·4247	22 4
		17.	0 50 25·59	+3 5 11·4	0·4268	22 10
		18.	0 51 37·37	+3 13 23·0	0·4288	22 16
		19.	0 52 49·82	+3 21 37·7	0·4309	22 23
		20.	0 54 2·91	+3 29 55·5	0·4329	22 29
		21.	0 55 16·64	+3 38 16·1	0·4349	22 35
		22.	0 56 31·00	+3 46 39·5	0·4369	22 42
		23.	0 57 45·98	+3 55 5·6	0·4389	22 48
		24.	0 59 1·56	+4 3 34·4	0·4408	22 54
		25.	1 0 17·73	+4 12 5·6	0·4428	23 0
		26.	1 1 34·49	+4 20 39·2	0·4447	23 6
		27.	1 2 51·82	+4 29 15·1	0·4466	23 12
		28.	1 4 9·73	+4 37 53·3	0·4485	23 18
		29.	1 5 28·20	+4 46 33·6	0·4504	23 24
		30.	1 6 47·24	+4 55 16·0	0·4522	23 30
	„	31.	1 8 6·82	+5 4 0·4	0·4541	23 36
	Februar	1.	1 9 26·95	+5 12 46·7	0·4559	23 42
		2.	1 10 47·61	+5 21 34·8	0·4577	23 48
		3.	1 12 8·80	+5 30 24·6	0·4595	23 54
		4.	1 13 30·52	+5 39 16·1	0·4613	24 0
		5.	1 14 52·75	+5 48 9·2	0·4631	24 6
		6.	1 16 15·49	+5 57 3·8	0·4649	24 12
		7.	1 17 38·74	+6 5 59·7	0·4666	24 18
		8.	1 19 2·49	+6 14 56·9	0·4683	24 23
	„	9.	1 20 26·73	+6 23 55·4	0·4700	24 29

Ehe ich die Vergleichung der Beobachtungen mit dieser Ephemeride vorgenommen habe, schien es mir wünschenswerth, die Positionen der zu Grunde gelegten Vergleichssterne möglichst zu verbürgen, und habe deshalb dieselben aus den mir zu Gebote stehenden neueren Stern-Katalogen entlehnt. Hiebei stellte

es sich heraus, dass die Declinationen der Vergleichssterne, wie dieselben durch die Berliner Meridianbeobachtungen festgelegt wurden, eine entschieden nördliche Abweichung gegen die anderweitigen Bestimmungen zeigten, es war nämlich gefunden worden:

Bonn-Berlin = — 1"1
Göttingen-Berlin = — 2"5
Kopenhagen-Berlin = — 2"2

Ich habe demnach angenommen mit Rücksicht auf die Berliner Beobachtungen selbst und den verschiedenen Gewichten der obigen Zahlen $d\delta = -1"2$, welche Correction ich an alle Berliner Declinationen der Vergleichsterne anzubringen nicht angestanden habe; die Berliner Declinationen der Vergleichssterne in der folgenden Opposition jedoch haben aber diese Correction nicht erfahren, da die bestimmten Sterne sowohl in anderen Rectascensionen als Declinationen stehen. In der Rectascension zeigte sich keine derartige, bestimmt hervortretende Differenz, weshalb ich dieselben ungeändert belassen habe. Mit Rücksicht auf das eben erwähnte habe ich über die Coordinaten der Vergleichssterne die folgenden Annahmen gemacht.

Mittl. Äquinoct. 1860·0

	α	δ	
a	0ʰ 9ᵐ26ˢ32	—2°18' 0"5	Berliner Merid. Beob.
b	0 9 54·33	—1 50 47·4	Göttingen „ „ (Copeland-Börgen)
c	0 9 55·48	—2 25 52·2	Leidener Mikrometervergleichung [1].
d	0 13 39·95	—1 38 54·7	Göttinger Merid. Beob.
	0 13 40·04	—1 38 54·8	Berliner
ang.	0 13 39·99	—1 38 54·7	
e	0 16 30·33	—1 19 0·9	Berliner
	0 16 30·40	—1 19 4·0	Göttinger „
	0 16 30·50	—1 19 3·2	Schjellerup 125
ang.	0 16 30·41	—1 19 2·6	
f	0 17 8·82	—2 1 4·7	Berliner Merid. Beob.
φ	0 19 42·74	—2 30 14·1	Bessel's Zonen
g	0 22 40·63	—1 5 46·1	Göttinger Merid. Beob.
	0 22 40·73	—1 5 45·1	Berliner „
	0 22 40·74	—1 5 45·0	Schjellerup 160
ang.	0 22 40·70	—1 5 45·4	

---

[1] Der zu Grunde gelegte Vergleichsstern beruht auf zwei Berliner Meridian-Beobachtungen von Romberg, sein Ort für 1865·0 ist 0ʰ10ᵐ54ˢ03 — 2°36'48"0. (Astr. Nachr. 1637.)

Mittl. Äquinoct. 1860·0

*	α	δ	
h	0h31m37s97	+0°10'42"2	Berliner Merid. Beob.
i	0 33 13·01	+0 21 54·1	
k	0 35 46·64	+0 31 39·0	„ „ „
l	0 37 54·34	+1 2 26·3	Berliner Merid. Beob.
	0 37 54·35	+1 2 25·7	Bonner
ang.	0 37 54·34	+1 2 26·0	

Mittl. Äquinoct. 1861·0

	0h40m37s46	+2° 8'37"2	Berliner Merid. Beob.
	0 41 4·69	+1 58 11·3	„
	1 12 31·37	+5 25 49·6	Bonner
	1 12 31·40	+5 25 47·0	Berliner
ang.	1 12 31·38	+5 25 48·3	
p	1 16 9·22	+6 0 48·7	„ „
	1 16 9·24	+6 0 47·9	Schjellerup 431
	1 16 9·27	+6 0 48·8	Bonner Merid. Beob.
ang.	1 16 9·24	+6 0 48·5	
q	1 20 5·72	+6 14 25·7	Berliner Merid. Beob.
	1 20 5·86	+6 14 24·1	Bonner
ang.	1 20 5·79	+6 14 24·9	

Unter diesen Annahmen habe ich die Beobachtungen entsprechend corrigirt; zu der folgenden Zusammenstellung derselben habe ich nur zu bemerken, dass dieselben so angesetzt sind, wie ich sie zur Rechnung verwendet habe, hiebei habe ich ausserdem die Berliner Beobachtung vom 13. November verbessern müssen, weil die Reduction des Vergleichssternes vom mittleren auf scheinbaren Ort in Declination mit falschen Zeichen angebracht war; die Leidener Beobachtung vom 15. November ist wegen stärkerer Abweichung in Rectascension ganz fortgelassen worden; die Parallaxe ist mit der Newcomb'schen Constante 8″848 berechnet, die mit * bezeichnete Columne enthält den Hinweis auf den benützten Vergleichsstern; die ausgezogenen Horizontalstriche deuten die Vertheilung der Beobachtungen in die Normalorte an.

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1860 Sept. 14.	Berlin	13h17m 5s	0h38m 3s99	+0s01	+0°55'37"1	+4"1	l
19.		11 16 19	0 34 51·02	−0·08	+0 30 33·1	+4·2	k
20.		10 20 48	0 34 10·80	−0·12	+0 25 33·1	+4·2	i

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1860 Sept. 23.	Berlin	$10^h 17^m 32^s$	$0^h 32^m 4^s66$	-0^s11	$+0° 9' 44''7$	$+4''2$	*h*
„ 24.	„	12 38 11	0 31 17·31	+0·02	+0 3 58·7	+4·2	*h*
Oct. 6.		13 19 25	0 22 30·32	+0·11	−0 58 0·5	+4·3	*g*
8.		11 40 36	0 21 8·05	+0·03	−1 7 14·9	+4·3	*g*
10.	„	11 9 55	0 19 45·58	+0·01	−1 16 26·3	+4·3	*e*
15.	Wien	11 4 10	0 16 28·70	+0·03	−1 37 29·1	+4·1	*φ*
23.	Berlin	11 46 4	0 11 58·15	+0·09	−2 4 58·9	+4·2	*f*
„ 25.	„	9 34 39	0 11 5·21	−0·02	−2 10 4·5	+4·2	*a*
Nov. 5.	Leiden	9 55 37	0 7 26·91	+0·04	−2 27 48·2	+4·0	*c*
12.	„	9 40 27	0 6 37·56	+0·05	−2 28 14·0	+3·8	*c*
„ 13.	Berlin	8 12 28	0 6 36·83	−0·02	−2 27 35·8	+3·8	*c*
Dec. 2.		9 36 26	0 10 50·48	+0·09	−1 44 36·0	+3·4	*b*
„ 3.	„	9 16 31	0 11 17·29	+0·08	−1 40 50·4	+3·4	*d*
1861 Jan. 9.	Berlin	7 33 17	0 41 2·81	+0·07	+1 59 58·1	+2·7	*n*
„ 10.	„	8 8 39	0 42 10·04	+0·09	+2 7 55·1	+2·6	*m*
Feb. 4.		7 58 47	1 13 14·66	+0·10	+5 37 28·1	+2·3	*o*
6.		8 41 33	1 16 2·40	+0·12	+5 55 31·1	+2·3	*p*
8.		7 25 33	1 18 44·17	+0·10	+6 13 0·0	+2·2	*q*

Die Vergleichung mit der obigen Ephemeride gestaltet sich nun wie folgt (Beob.—Rechnung).

Datum	Ort	$d\alpha$	$d\delta$	Gewicht
1860 Sept. 14.	Berlin	$+0^s02$	$-0''2$	1
19.		+0·10	− 0·9	1
20.		−0·54	+ 0·4	1
23.		−0·08	− 0·4	½
24.		−0·03	+ 2·3	½
Oct. 6.		−0·18	+ 2·2	½
8.		−0·28	+ 1·7	½
10.	„	−0·35	− 2·4	1
15.	Wien	−0·54	+ 5·4	½
23.	Berlin	−0·82	− 2·5	1
25.		−0·15	− 2·8	1
Nov. 5.	Leiden	−0·45	− 4·4	⅓
12.	„	−0·54	− 4·0	⅓
13.	Berlin	−0·38	+ 0·1	⅓
Dec. 2.		−0·21	− 2·0	1
3.		−0·18	− 0·2	1
1861 Jan. 9.		−0·47	−10·8	1
10.		−0·77	− 7·2	1

		da	*dδ*	Gewicht
1861 Feb.	4. Berlin	—0·67	— 7·7	1
	6.	—0·15	— 7·7	1
	8.	—0·79	— 3·0	1

Die Gewichtsvertheilung gründet sich auf die allerdings nicht ganz richtige Annahme, dass die absoluten Fehler in den Vergleichssternpositionen gross sind gegen die Fehler in der Mikrometermessung, deshalb erhalten Beobachtungen, die auf demselben Vergleichsstern beruhen, zusammen nur die Gewichtseinheit. Die Wiener Beobachtung vom 15. October erhält ebenfalls nur das Gewicht $^1/_2$, da die Vergleichssternposition nur aus Bessel's Zonen resultirt, also keine den neueren Beobachtungen adäquate Genauigkeit besitzt. Die aus dieser Vergleichung folgenden Normalorte bezogen auf das zugehörige wahre Äquinoctium, nebst ihren Gewichten sind demnach:

Datum			α	δ	Gew.
1860	Sept.	19·5	0h 34m 49s 09	+0°30'25"8	4·0
	Oct.	16·5	0 15 49·71	—1 41 37·5	4·5
	Nov.	10·5	0 6 44·15	—2 28 52·3	1·0
	Dec.	2·5	0 10 53·57	—1 44 6·7	2·0
1861	Jan.	9·5	0 41 15·85	+2 1 34·6	2·0
	Febr.	6·5	1 16 14·95	+5 56 57·7	3·0

II. Opposition.

Ich berechnete zur Vergleichung mit den Beobachtungen die folgende Ephemeride.

12h Berliner Zeit			α (62)	δ (62)	log Δ	Aberrzt.
1861	December	2.	8h 29m 22s 24	+18°10' 2"8	0·3476	18m 28s
		3.	8 29 16·48	+18 10 44·2	0·3457	18 24
		4.	8 29 9·16	+18 11 31·6	0·3439	18 19
		5.	8 29 0·30	+18 12 24·8	0·3420	18 14
		6.	8 28 49·89	+18 13 23·9	0·3402	18 10
		7.	8 28 37·95	+18 14 28·9	0·3384	18 5
		8.	8 28 24·49	+18 15 39·6	0·3367	18 1
		9.	8 28 9·50	+18 16 56·1	0·3349	17 56
		10.	8 27 53·01	+18 18 18·2	0·3332	17 52
		11.	8 27 35·02	+18 19 46·1	0·3315	17 48
		12.	8 27 15·53	+18 21 19·5	0·3298	17 44
		13.	8 26 54·56	+18 22 58·3	0·3282	17 40

12ʰ Berliner Zeit			α (62)	δ (62)	log Δ	Aberrzt.
1861	December	14. . . .	8ʰ26ᵐ32ˢ12	+18°24'42"6	0·3266	17ᵐ36ˢ
		15.	8 26 8·23	+18 26 32·2	0·3251	17 32
		16.	8 25 42·90	+18 28 27·1	0·3236	17 29
		17. . . .	8 25 16·15	+18 30 27·1	0·3221	17 25
		18.	8 24 47·99	+18 32 32·1	0·3207	17 22
		19. . . .	8 24 18·45	+18 34 42·1	0·3193	17 19
		20.	8 23 47·56	+18 36 56·9	0·3180	17 16
		21.	8 23 15·33	+18 39 16·3	0·3167	17 12
		22.	8 22 41.78	+18 41 40·3	0·3154	17 9
		23.	8 22 6·95	+18 44 8·8	0·3142	17 6
		24.	8 21 30·86	+18 46 41·5	0·3130	17 4
		25.	8 20 53·54	+18 49 18·3	0·3119	17 1
		26. . . .	8 20 15·02	+18 51 59·1	0·3108	16 58
		27. . . .	8 19 35·33	+18 54 43·7	0·3098	16 56
		28.	8 18 54·52	+18 57 31·9	0·3088	16 54
		29.	8 18 12·62	+19 0 23·4	0·3079	16 52
		30.	8 17 29·69	+19 3 18·1	0·3071	16 50
	„	31.	8 16 45·77	+19 6 15·8	0·3063	16 48
1862	Januar	1.	8 16 0·90	+19 9 16·2	0·3057	16 47
		2.	8 15 15·13	+19 12 19·2	0·3050	16 45
		3.	8 14 28·51	+19 15 24·7	0·3043	16 43
1862	Januar	17.	8 2 37·62	+20 0 40·7	0·3022	16 38
		18.	8 1 44·93	+20 3 54·6	0·3025	16 39
		19.	8 0 52·31	+20 7 7·5	0·3029	16 40
		20.	7 59 59·80	+20 10 19·0	0·3033	16 41
		21.	7 59 7·46	+20 13 29·0	0·3038	16 42
		22.	7 58 15·36	+20 16 37·4	0·3044	16 43
		23.	7 57 23·56	+20 19 44·2	0·3050	16 45

Die angenommenen Positionen der Vergleichssterne sind:

Mittl. Äquinoct. 1862·0

	α	δ	
a	7ʰ59ᵐ25ˢ29	+20°12'49"2	Berliner Merid. Beob.
b	8 0 37·97	+20 10 6·9	Bessel's Zonen
c	8 12 53·09	+19 10 16·6	Berliner Merid. Beob.

Mittl. Äquinoct. 1861·0

d	8 20 5·42	+19 3 40·4	Berliner Merid. Beob.
e	8 20 49·78	+18 49 32·8	
f	8 26 6·53	+18 17 0·0	

Für die Beobachtungen sind die folgenden Annahmen gemacht worden:

Datum		Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1861 Dec.	6.	Berlin	13ʰ56ᵐ46ˢ	8ʰ28ᵐ49ˢ69	—0ˢ07	+18°13'16"9	+2"3	*f*
Dec.	23.	Berlin	11 18 54	8 22 8·73	—0·13	+18 43 53·1	+2·6	*e*
„	30.		11 25 3	8 17 31·72	—0·10	+19 3 6·0	+2·5	*d*
1862 Jan.	1.		13 1 14	8 15 59·53	—0·02	+19 9 14·9	+2·4	*c*
„	2.	„	11 34 25	8 15 16·73	—0·09	+19 12 5·1	+2·5	*c*
	18.	Leiden	11 34 33	8 1 45·15	—0·03	+20 3 48·7	+2·3	*b*
	22.	Berlin	13 50 9	7 58 11·59	+0·10	+20 16 40·2	+2·5	*a*

Die Ephemeridencorrectionen, die nach diesen Beobachtungen resultiren, nebst ihren Gewichten, finden sich, indem die oben auseinandergesetzten Principien als massgebend angesehen werden.

			$d\alpha$	$d\delta$	Gew.
1861 Dec.	6.	Berlin	+0ˢ49	—8"9	1
Dec.	23.	Berlin	+0·22	—7·0	1
„	30.		+0·37	—3·3	1
1862 Jan.	1.		+0·01	—4·5	½
	2.		+0·15	—6·2	½
Jan.	18.	Leiden	—0·05	—2·7	½
	22.	Berlin	—0·30	—6·9	1

und die Normalorte, bezogen auf das zugehörige wahre Äquinoctium:

Datum		α	δ	Gew.
1861 Dec.	6·5	8ʰ28ᵐ50ˢ38	+18°13'15"0	1·0
„	29·5	8 18 12·84	+19 0 18·2	3·0
1862 Jan.	21·5	7 59 7·24	+20 13 23·5	1·5

Überträgt man nun alle Normalorte auf das mittlere Äquinoctium 1860·0 und berechnet sich die zu diesen Orten gehörigen rechtwinkligen Sonnencoordinaten nach den Sonnentafeln von H a n s e n und O l u f s e n für dasselbe Äquinoctium, so erhält man als Grundlage für die weiteren Untersuchungen die folgenden Werthe.

Datum		α	δ	Gew.	X	Y	Z
1860 Sept.	19·5	8°41'29"8	+ 0°30' 5"0	4·0	—1·0024063	+0·0452110	+0·0196159
Oct.	16·5	3 56 36·4	— 1 41 59·1	4·5	—0·9111723	—0·3687754	—0·1600246
Nov.	10·5	1 40 10·0	— 2 29 15·1	1·0	—0·6515798	—0·6830981	—0·2964184
Dec.	2·5	2 42 28·0	— 1 44 31·0	2·0	—0·3198553	—0·8549364	—0·3709818

Datum		α	δ	Gew.	X	Y	Z
1861 Jan.	9·5	10°17'55"3	+ 2° 1' 7"3	2·0	+0·3323416	—0·8491139	—0·3684554
Febr.	6·5	19 2 37·0	+ 5 56 29·2	3·0	+0·7355932	—0·6032087	—0·2617498
1861 Dec.	6·5	127 10 39·7	+18 13 42·0	1·0	—0·2571733	—0·8721172	—0·3784319
„	29·5	124 31 11·3	+19 0 44·6	3·0	+0·1415627	—0·8926240	—0·3873336
1862 Jan.	21·5	119 44 41·4	+20 13 47·3	1·5	+0·5173231	—0·7682240	—0·3333558

Der nächste Schritt in meiner Untersuchung musste dahin gerichtet sein, für diese Orte den störenden Einfluss zu ermitteln, der durch die Einwirkung der grösseren Planeten entsteht; es wäre offenbar genügend gewesen, hierbei Jupiter allein zu berücksichtigen, ich habe aber trotzdem auch Saturn mitgenommen, um einerseits alles merkbare in Rechnung gezogen zu haben und andererseits werden bei einer späteren Rechnung, nachdem Erato aufgefunden sein wird, sich die letzteren Störungswerthe gewiss so nahe richtig erweisen, dass man dieselben wird unverändert beibehalten können und nur eine Neurechnung für die Jupiterstörungen nothwendig werden wird. Die Störungswerthe selbst habe ich durchaus nur mit vierstelligen Tafeln ausgeführt, und zwar vorerst zur Verbindung der beiden Oppositionen mit den oben erwähnten Schubert'schen Elementen und dem Zwecke entsprechend dieselben für Jupiter und Saturn getrennt abgeleitet. Für Jupiter wurden die Masse $\frac{1}{1049}$, für Saturn $\frac{1}{3502}$ angenommen.

Die weiteren Störungsrechnungen wurden mit den unten angeführten Elementen ($\Delta\mu = 0$) weiter fortgeführt, um aber Alles übersichtlich bei einander zu haben, habe ich die gesammten Differentialquotienten gleich hier aufgenommen, wiewohl der grössere Theil erst nach Abschluss dieser Untersuchung berechnet werden konnte. Als Osculationsepoche habe ich gewählt 1860 Sept. 30·0 mittl. Berliner Zeit und das mittlere Äquinoctium, auf welches sich die Störungen vor 1865·0 beziehen, ist das von 1860·0, nach diesem Zeitmoment gilt das mittlere Äquinoctium 1870·0 das angenommene Zeitintervall ist 40 Tage.

Jupiter.

			$40\,di:dt$	$40\,d\Omega:dt$	$40\,d\varphi:dt$	$40\,d\pi:dt$	$1600\,d\mu:dt$	$40\,dL:dt$
1860	Aug.	1.	+0"04	+ 0"9	− 7"56	+ 18"4	+ 1"755	− 3"64
	Sept.	10.	+0·02	+ 0·9	− 7·86	+ 15·9	+ 1·811	− 2·37
	Oct.	20.	+0·01	+ 0·8	− 7·98	+ 12·8	+ 1·821	− 1·04
	Nov.	29.	+0·01	+ 0·7	− 7·86	+ 9·7	+ 1·775	+ 0·31
1861	Jan.	8.	0·00	+ 0·5	− 7·49	+ 7·0	+ 1·665	+ 1·69
	Febr.	17.	0·00	+ 0·4	− 6·83	+ 5·2	+ 1·484	+ 3·05
	März	29.	0·00	+ 0·2	− 5·93	+ 5·1	+ 1·232	+ 4·37
	Mai	8.	0·00	+ 0·1	− 4·87	+ 7·1	+ 0·907	+ 5·60
	Juni	17.	0·00	0·0	− 3·73	+ 11·7	+ 0·515	+ 6·71
	Juli	27.	0·00	0·0	− 2·62	+ 19·3	+ 0·056	+ 7·63
	Sept.	5.	0·00	0·0	− 1·65	+ 29·8	− 0·462	+ 8·34
	Oct.	15.	−0·01	+ 0·1	− 0·97	+ 43·1	− 1·030	+ 8·74
	Nov.	24.	−0·02	+ 0·1	− 0·65	+ 59·1	− 1·647	+ 8·80
1862	Jan.	3.	−0·03	+ 0·2	− 0·77	+1' 17·7	− 2·317	+ 8·39
	Febr.	12.	−0·06	+ 0·1	− 1·41	+1 38·6	− 3·029	+ 7·46
	März	24.	−0·10	− 0·2	− 2·64	+2 0·9	− 3·779	+ 5·90
	Mai	3.	−0·15	− 0·8	− 4·50	+2 24·6	− 4·566	+ 3·59
	Juni	12.	−0·21	− 1·8	− 6·98	+2 49·4	− 5·399	+ 0·35
	Juli	22.	−0·30	− 3·5	− 10·11	+3 14·6	− 6·238	− 3·96
	Aug.	31.	−0·40	− 6·1	− 13·85	+3 39·9	− 7·098	− 9·50
	Oct.	10.	−0·51	− 9·8	− 18·09	+4 4·7	− 7·947	− 16·53
	Nov.	19.	−0·63	− 15·2	− 22·73	+4 28·3	− 8·757	− 25·26
	Dec.	29.	−0·76	− 22·2	− 27·52	+4 50·7	− 9·475	− 35·85
1863	Febr.	7.	−0·88	− 31·4	− 32·16	+5 10·4	−10·051	− 48·40
	März	19.	−0·98	− 42·9	− 36·23	+5 27·7	−10·394	−1' 3·00
	April	28.	−1·03	− 56·4	− 38·97	+5 40·2	−10·342	−1 18·80
	Juni	7.	−1·01	−1' 11·9	− 39·16	+6 1·9	− 9·961	−1 36·61
	Juli	17.	−0·91	−1 28·6	− 37·99	+6 11·2	− 8·971	−1 54·29
	Aug.	26.	−0·69	−1 45·0	− 34·13	+6 18·8	− 7·374	−2 10·77
	Oct.	5.	−0·37	−1 59·3	− 27·51	+6 25·2	− 5·173	−2 24·07
	Nov.	14.	+0·04	−2 9·4	− 18·64	+6 32·0	− 2·491	−2 32·69
	Dec.	24.	+0·54	−2 14·1	− 7·82	+6 40·6	+ 0·416	−2 35·49
1864	Febr.	2.	+1·00	−2 12·4	+ 2·33	+6 48·2	+ 3·369	−2 31·90
	März	13.	+1·40	−2 4·4	+ 11·21	+6 53·9	+ 6·037	−2 22·14
	April	22.	+1·69	−1 51·8	+ 17·87	+6 57·2	+ 8·215	−2 7·94
	Juni	1.	+1·87	−1 36·0	+ 21·86	+6 55·2	+ 9·771	−1 50·69
	Juli	11.	+1·92	−1 19·0	+ 23·92	+6 44·5	+10·679	−1 32·46
	Aug.	20.	+1·87	−1 2·6	+ 23·09	+6 30·8	+11·044	−1 14·56
	Sept.	29.	+1·74	− 47·8	+ 20·70	+6 11·4	+10·949	− 58·05
	Nov.	8.	+1·56	− 35·0	+ 17·31	+5 47·3	+10·504	− 43·45
	Dec.	18.	+1·36	− 24·5	+ 13·51	+5 19·3	+ 9·817	− 30·98
1865	Jan.	27.	+1·14	− 16·2	+ 9·91	+4 47·6	+ 8·978	− 20·64
	März	8.	+0·94	− 10·0	+ 6·55	+4 16·1	+ 8·057	− 12·29
	April	17.	+0·75	− 5·4	+ 3·51	+3 44·0	+ 7·094	− 5·67
	Mai	27.	+0·58	− 2·3	+ 1·08	+3 12·2	+ 6·129	− 0·55
	Juli	6.	+0·43	− 0·3	− 0·69	+2 40·7	+ 5·185	+ 3·26

Jupiter.

			$40di:dt$	$40d\Omega:dt$	$40d\varphi:dt$	$40d\pi:dt$	$\frac{1600d\mu}{dt}$	$40dL:dt$
1865	Aug.	15.	+0″31	+ 0″8	— 1″78	+2′12″1	+ 4″264	+ 6″01
	Sept.	24.	+0·21	+ 1·4	— 2·23	+1 46·5	+ 3·395	+ 7·84
	Nov.	3.	+0·14	+ 1·4	— 2·08	+1 22·9	+ 2·569	+ 8·92
	Dec.	13.	+0·08	+ 1·2	— 1·43	+1 2·2	+ 1·795	+ 9·39
1866	Jan.	22.	+0·04	+ 0·9	— 0·35	+ 45·5	+ 1·078	+ 9·37
	März	3.	+0·01	+ 0·4	+ 0·99	+ 32·2	+ 0·427	+ 8·93
	April	12.	0·00	0·0	+ 2·50	+ 22·6	— 0·160	+ 8·18
	Mai	22.	—0·01	— 0·4	+ 4·01	+ 16·6	— 0·667	+ 7·18
	Juli	1.	—0·01	— 0·7	+ 5·44	+ 13·8	— 1·101	+ 5·98
	Aug.	10.	0·00	— 0·9	+ 6·63	+ 13·9	— 1·450	+ 4·67
	Sept.	19.	+0·01	— 1·0	+ 7·52	+ 15·9	— 1·715	+ 3·27
	Oct.	29.	+0·01	— 1·0	+ 8·10	+ 19·3	— 1·902	+ 1·83
	Dec.	8.	+0·02	— 0·9	+ 8·37	+ 23·3	— 2·019	+ 0·37
1867	Jan.	17.	+0·02	— 0·8	+ 8·32	+ 27·4	— 2·071	— 1·07
	Feb.	26.	+0·03	— 0·6	+ 8·06	+ 31·0	— 2·067	— 2·47
	April	7.	+0·03	— 0·4	+ 7·62	+ 34·1	— 2·020	— 3·79
	Mai	17.	+0·02	— 0·3	+ 7·08	+ 36·3	— 1·941	— 5·06
	Juni	26.	+0·02	— 0·1	+ 6·49	+ 37·7	— 1·835	— 6·24
	Aug.	5.	+0·01	0·0	+ 5·93	+ 38·3	— 1·717	— 7·37
	Sept.	14.	0·00	0·0	+ 5·38	+ 38·6	— 1·586	— 8·39
	Oct.	24.	—0·01	0·0	+ 4·88	+ 38·5	— 1·452	— 9·34
	Dec.	3.	—0·02	— 0·1	+ 4·43	+ 38·0	— 1·316	— 10·18
1868	Jan.	12.	—0·03	— 0·2	+ 4·05	+ 37·5	— 1·180	— 10·95
	Febr.	21.	—0·03	— 0·5	+ 3·71	+ 36·8	— 1·046	— 11·61
	April	1.	—0·04	— 0·7	+ 3·44	+ 36·3	— 0·915	— 12·25
	Mai	11.	—0·05	— 1·0	+ 3·20	+ 35·8	— 0·789	— 12·77
	Juni	20.	—0·05	— 1·4	+ 2·99	+ 35·4	— 0·666	— 13·23
	Juli	30.	—0·05	— 1·7	+ 2·81	+ 35·2	— 0·547	— 13·63
	Sept.	8.	—0·05	— 2·1	+ 2·64	+ 35·1	— 0·433	— 13·96
	Oct.	18.	—0·05	— 2·5	+ 2·49	+ 35·1	— 0·321	— 14·22
	Nov.	27.	—0·05	— 2·9	+ 2·34	+ 35·2	— 0·213	— 14·41
1869	Jan.	6.	—0·04	— 3·2	+ 2·21	+ 35·5	— 0·109	— 14·54
	Febr.	15.	—0·03	— 3·6	+ 2·06	+ 35·9	— 0·004	— 14·62
	März	27.	—0·02	— 3·8	+ 1·90	+ 36·4	+ 0·097	— 14·63
	Mai	6.	0·00	— 4·1	+ 1·73	+ 37·0	+ 0·197	— 14·60
	Juni	15.	+0·01	— 4·2	+ 1·55	+ 37·7	+ 0·296	— 14·50
	Juli	25.	+0·03	— 4·3	+ 1·37	+ 38·5	+ 0·396	— 14·33
	Sept.	3.	+0·04	— 4·4	+ 1·16	+ 39·2	+ 0·495	— 14·11
	Oct.	13.	+0·06	— 4·3	+ 0·94	+ 40·1	+ 0·595	— 13·83
	Nov.	22.	+0·07	— 4·2	+ 0·71	+ 41·1	+ 0·697	— 13·50
1870	Jan.	1.	+0·09	— 4·0	+ 0·45	+ 42·1	+ 0·798	— 13·09
	Feb.	10.	+0·10	— 3·8	+ 0·17	+ 43·1	+ 0·900	— 12·64
	März	22.	+0·11	— 3·5	— 0·14	+ 44·2	+ 1·005	— 12·12
	Mai	1.	+0·12	— 3·1	— 0·48	+ 45·2	+ 1·109	— 11·52
	Juni	10.	+0·13	— 2·7	— 0·86	+ 46·3	+ 1·216	— 10·86
	Juli	20.	+0·14	— 2·2	— 1·24	+ 47·4	+ 1·322	— 10·17
	Aug.	29.	+0·14	— 1·8	— 1·70	+ 48·3	+ 1·429	— 9·37

Jupiter.

	40di : dt	40dΩ : dt	40dφ : dt	40dπ : dt	1600dμ : dt	40dL : dt
1870 Oct. 8.	+0"14	— 1"3	— 2"20	+ 49"0	+ 1"533	— 8"51
Nov. 17.	+0·14	— 0·8	— 2·75	+ 49·5	+ 1·634	— 7·57
Dec. 27.	+0·13	— 0·3	— 3·34	+ 49·5	+ 1·729	— 6·57
1871 Febr. 5.	+0·12	+ 0·1	— 3·95	+ 49·1	+ 1·815	— 5·49
März 17.	+0·11	+ 0·5	— 4·55	+ 48·2	+ 1·884	— 4·36
April 26.	+0·10	+ 0·8	— 5·15	+ 46·6	+ 1·932	— 3·14
Juni 5.	+0·08	+ 1·0	— 5·65	+ 44·1	+ 1·956	— 1·87
Juli 15.	+0·07	+ 1·2	— 6·04	+ 40·9	+ 1·941	— 0·57
Aug. 24.	+0·05	+ 1·3	— 6·24	+ 37·2	+ 1·877	+ 0·77
Octob. 3.	+0·04	+ 1·2	— 6·17	+ 32·9	+ 1·754	+ 2·11

Saturn.

	40di : dt	40dΩ : dt	40dφ : dt	40dπ : dt	1600dμ : dt	40dL : dt
1860 Aug. 1.	+0"002	+ 0"078	— 0"451	+ 0"045	+0"0848	—0"478
Sept. 10.	+0·002	+ 0·084	— 0·495	+ 0·117	+0·1011	—0·388
Oct. 20.	+0·002	+ 0·086	— 0·528	+ 0·107	+0·1129	—0·283
Nov. 29.	+0·001	+ 0·082	— 0·545	+ 0·032	+0·1192	—0·168
1861 Jan. 8.	0·000	+ 0·076	— 0·536	— 0·059	+0·1186	—0·047
Febr. 17.	0·000	+ 0·066	— 0·500	— 0·119	+0·1105	+0·073
März 29.	0·000	+ 0·048	— 0·437	— 0·076	+0·0944	+0·190
Mai 8.	0·000	+ 0·032	— 0·352	+ 0·112	+0·0709	+0·294
Juni 17.	0·000	+ 0·014	— 0·254	+ 0·491	+0·0405	+0·378
Juli 27.	0·000	— 0·002	— 0·152	+ 1·080	+0·0038	+0·435
Sept. 5.	+0·001	— 0·018	— 0·058	+ 1·864	—0·0360	+0·457
Oct. 15.	+0·002	— 0·028	+ 0·021	+ 2·809	—0·0786	+0·436
Nov. 24.	+0·004	— 0·032	+ 0·078	+ 3·857	—0·1213	+0·366
1862 Jan. 3.	+0·005	— 0·026	+ 0·112	+ 4·961	—0·1626	+0·238
Febr. 12.	+0·007	— 0·010	+ 0·123	+ 6·027	—0·1992	+0·052
März 24.	+0·009	+ 0·018	+ 0·115	+ 6·964	—0·2292	—0·193
Mai 3.	+0·011	+ 0·060	+ 0·100	+ 7·709	—0·2501	—0·490
Juni 12.	+0·013	+ 0·114	+ 0·088	+ 8·224	—0·2604	—0·836
Juli 22.	+0·015	+ 0·179	+ 0·091	+ 8·450	—0·2576	—1·208
Aug. 31.	+0·016	+ 0·251	+ 0·123	+ 8·356	—0·2400	—1·587
Oct. 10.	+0·017	+ 0·328	+ 0·191	+ 8·016	—0·2094	—1·947
Nov. 19.	+0·017	+ 0·403	+ 0·302	+ 7·452	—0·1659	—2·261
Dec. 29.	+0·016	+ 0·471	+ 0·452	+ 6·774	—0·1130	—2·501
1863 Febr. 7.	+0·015	+ 0·523	+ 0·631	+ 6·017	—0·0530	—2·660
März 19.	+0·013	+ 0·560	+ 0·828	+ 5·325	+0·0090	—2·700
April 28.	+0·011	+ 0·576	+ 1·021	+ 4·716	+0·0689	—2·637
Juni 7.	+0·008	+ 0·577	+ 1·216	+ 4·177	+0·1225	—2·486
Juli 17.	+0·006	+ 0·556	+ 1·357	+ 3·852	+0·1678	—2·247

Saturn.

			$40di:dt$	$40d\Omega:dt$	$40d\varphi:dt$	$40d\pi:dt$	$1600d\mu:dt$	$40dL:dt$
1863	Aug.	26.	+ 0″003	+ 0″519	+ 1″453	+ 3″674	+0″2027	—1″952
	Oct.	5.	+ 0·001	+ 0·472	+ 1·502	+ 3·607	+0·2265	—1·622
	Nov.	14.	0·000	+ 0·417	+ 1·504	+ 3·608	+0·2391	—1·279
	Dec.	24.	— 0·001	+ 0·368	+ 1·466	+ 3·535	+0·2417	—0·945
1864	Febr.	2.	— 0·002	+ 0·309	+ 1·386	+ 3·547	+0·2362	—0·629
	März	13.	— 0·003	+ 0·253	+ 1·279	+ 3.498	+0·2236	—0·345
	April	22.	— 0·003	+ 0·200	+ 1·151	+ 3·380	+0·2054	—0·096
	Juni	1.	— 0·003	+ 0·153	+ 1·013	+ 3·177	+0·1832	+0·112
	Juli	11.	— 0·003	+ 0·111	+ 0·876	+ 2·820	+0·1581	+0·278
	Aug.	20.	— 0·002	+ 0·079	+ 0·739	+ 2·452	+0·1312	+0·404
	Sept.	29.	— 0·002	+ 0·052	+ 0·610	+ 2·007	+0·1038	+0·494
	Nov.	8.	— 0·001	+ 0·034	+ 0·496	+ 1·498	+0·0756	+0·548
	Dec.	18.	— 0·001	+ 0·019	+ 0·397	+ 0·948	+0·0482	+0.570
1865	Jan.	27.	— 0·001	+ 0·008	+ 0·318	+ 0·358	+0·0218	+0·564
	März	8.	0·000	+ 0·002	+ 0·259	— 0·210	—0·0031	+0·533
	April	17.	0·000	— 0·001	+ 0·218	— 0·756	—0·0260	+0·481
	Mai	27.	0·000	— 0·002	+ 0·197	— 1·256	—0·0466	+0·412
	Juli	6.	+ 0·001	0·000	+ 0·192	— 1·687	—0·0643	+0·328
	Aug.	15.	+ 0·001	+ 0·002	+ 0·200	— 2·031	—0·0789	+0·235
	Sept.	24.	+ 0·001	+ 0·006	+ 0·217	— 2·272	—0·0898	+0·135
	Nov.	3.	+ 0·001	+ 0·010	+ 0·236	— 2·405	—0·0966	+0·033
	Dec.	13.	+ 0·001	+ 0·014	+ 0·254	— 2·417	—0·0991	—0·068
1866	Jan.	22.	+ 0·001	+ 0·017	+ 0·263	— 2·359	—0·0969	—0·165
	März	3.	+ 0·001	+ 0·020	+ 0·259	— 2·213	—0·0899	—0·254
	April	12.	+ 0·001	+ 0·022	+ 0·241	— 2·024	—0·0783	—0·332
	Mai	22.	0·000	+ 0·023	+ 0·206	— 1·834	—0·0627	—0·394
	Juli	1.	0·000	+ 0·023	+ 0·153	— 1·687	—0·0437	—0.442
	Aug.	10.	0·000	+ 0·022	+ 0·092	— 1·593	—0·0225	—0·470
	Sept.	19.	0·000	+ 0·020	+ 0·026	— 1·595	—0·0002	—0·481
	Oct.	29.	0·000	+ 0·017	— 0·038	— 1·682	+0·0219	—0·471
	Dec.	8.	0·000	+ 0·014	— 0·092	— 1·845	+0·0424	—0·443
1867	Jan.	17.	0·000	+ 0·011	— 0·134	— 2·054	+0·0604	—0·397
	Febr.	26.	0·000	+ 0·008	— 0·159	— 2·272	+0·0750	—0·336
	April	7.	0·000	+ 0·006	— 0·169	— 2·471	+0·0857	—0·263
	Mai	17.	0 000	+ 0·003	— 0·166	— 2·613	+0·0923	—0·179
	Juni	26.	0·000	+ 0·002	— 0·154	— 2·680	+0·0949	—0·087
	Aug.	5.	0·000	+ 0·001	— 0·138	— 2·649	+0·0934	+0·008
	Sept.	14.	0·000	0·000	— 0·122	— 2·531	+0·0881	+0·105
	Oct.	24.	0·000	0·000	— 0·112	— 2·321	+0·0794	+0·200
	Dec.	3.	0·000	0·000	— 0·110	— 2·038	+0·0677	+0·290
1868	Jan.	12.	0·000	0·000	— 0·121	— 1·696	+0·0534	+0·372
	Febr.	21.	0·000	0·000	— 0·147	— 1·297	+0·0367	+0·442
	April	1.	0·000	0·000	— 0·189	— 0·887	+0·0178	+0·498
	Mai	11.	0·000	— 0·001	— 0·248	— 0·462	—0·0029	+0·536
	Juni	20.	0·000	— 0·003	— 0·323	— 0·051	—0·0250	+0·555
	Juli	30.	0·000	— 0·006	— 0·413	+ 0·323	—0·0479	+0·552
	Sept.	8.	0·000	— 0·011	— 0·517	+ 0·654	—0·0716	+0·521
	Oct.	18.	0·000	— 0·018	— 0·632	+ 0·914	—0·0953	+0·463
	Nov.	27.	0·000	— 0·028	— 0·753	+ 1·123	—0·1187	+0·374

Saturn.

			$40di:dt$	$40d\Omega:dt$	$40d\varphi:dt$	$40d\pi:dt$	$1600d\mu:dt$	$40dL:dt$
1869	Jan.	6.	0"000	— 0"039	— 0"876	+ 1"254	—0"1406	+0"254
	Febr.	15.	0·000	— 0·054	— 0·997	+ 1·305	—0·1609	+0·099
	März	27.	0·000	— 0·070	— 1·109	+ 1·284	—0·1780	—0·089
	Mai	6.	0·000	— 0·089	— 1·200	+ 1·213	—0·1913	—0·308
	Juni	15.	0·000	— 0·109	— 1·281	+ 1·113	—0·1992	—0·554
	Juli	25.	+ 0·001	— 0·131	— 1·327	+ 1·019	—0·2008	—0·823
	Sept.	3.	+ 0·001	— 0·151	— 1.339	+ 0·963	—0·1942	—1·097
	Oct.	13.	+ 0·002	— 0·170	— 1·313	+ 0·992	—0·1786	—1·368
	Nov.	22.	+ 0·003	— 0·184	— 1·247	+ 1·143	—0·1533	—1·613
1870	Jan.	1.	+ 0·004	— 0·194	— 1·151	+ 1·460	—0·1195	—1·824
	Febr.	10.	+ 0·005	— 0·196	— 1·023	+ 1·940	—0·0770	—1·967
	März	22.	+ 0·006	— 0·191	— 0·883	+ 2·582	—0·0285	—2·037
	Mai	1.	+ 0·007	— 0·177	— 0·739	+ 3·337	+0·0228	—2·022
	Juni	10.	+ 0·008	— 0·156	— 0·607	+ 4·139	+0·0736	—1·919
	Juli	20.	+ 0·008	— 0·130	— 0·493	+ 4·902	+0·1195	—1·738
	Aug.	29.	+ 0·008	— 0·100	— 0·411	+ 5·516	+0·1575	—1·493
	Oct.	8.	+ 0·008	— 0·069	— 0·356	+ 5·930	+0·1851	—1·209
	Nov.	17.	+ 0·007	— 0·040	— 0·325	+ 6·074	+0·2005	—0·904
	Dec.	27.	+ 0·006	— 0·016	— 0·308	+ 5·935	+0·2033	—0·606
1871	Febr.	5.	+ 0·005	+ 0·004	— 0·296	+ 5·521	+0·1940	—0·331
	März	17.	+ 0·004	+ 0·017	— 0·278	+ 4·905	+0·1751	—0·098
	April	26.	+ 0·003	+ 0·024	— 0·246	+ 4·138	+0·1482	+0·090
	Juni	5.	+ 0·002	+ 0·025	— 0·194	+ 3·290	+0·1150	+0·225
	Juli	15.	+ 0·001	+ 0·022	— 0·122	+ 2·459	+0·0790	+0·311
	Aug.	24.	+ 0·001	+ 0·014	— 0·033	+ 1·709	+0·0420	+0·348
	Oct.	3.	0·000	+ 0·004	+ 0·066	+ 1·099	+0·0066	+0·346

Die Störungen sind in Folge der aussergewöhnlichen Annäherung an Jupiter im Dec. 1863 $\{\rho = 1{\cdot}76)$ sehr bedeutend.

Ich habe nun die vorliegenden Störungswerthe innerhalb der Grenzen der Normalorte integrirt, indem 1860 Sept. 30 als Osculationsepoche angenommen wurde; die Jupiter- und Saturnstörungen mit einander vereinigt, gaben demnach die folgenden Werthe:

			Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\varphi$	$\Delta\pi$	$\Delta\mu$	ΔL
1860	Aug.	21	—0"02	—0"9	+ 8"36	— 15"0	—0"0477	+ 3"70
	Sept.	30	0·00	0·0	0 00	0·0	0·0000	0·00
	Nov.	9	+0·01	+0·8	— 8·50	+ 12·9	+0·0483	— 0·36
	Dec.	19	+0·02	+1·6	—16·88	+ 22·6	+0·0956	+ 2·67
1861	Jan.	28	+0·02	+2·1	—24·90	+ 29·6	+0·1401	+ 9·03
	März	9	+0·02	+2·6	—32·22	34·8	+0·1798	+ 18·57
	April	18	+0·02	+2·8	—38·57	+ 39·9	+0·2129	+ 31·01

			Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\varphi$	$\Delta\pi$	$\Delta\mu$	ΔL
1861	Mai	28	+0"02	+2"9	—43"79	47"2	+0"2373	+ 45"95
	Juli	7	+0·02	+2·9	—47·78	+ 59·5	+0·2511	+1' 2·82
	Aug.	16	+0·02	+2·9	—50·56	+1'20·0	+0·2525	+1 21·00
	Sept.	25	+0·02	+2·9	—52·28	+1 51·9	+0·2400	+1 39·67
	Nov.	4	+0·01	+3·0	—53·25	+2 37·9	+0·2123	+1 57·94
	Dec.	14	—0·01	+3·1	—53·83	+3 40·9	+0·1680	+2 14·75
1862	Jan.	23	—0·04	+3·2	—54·50	+5 3·7	+0·1060	+2 28·90

Interpolirt man sich aus dieser Tafel die Störungswerthe für die Zeiten der Normalorte, so erhält man die folgenden Werthe:

			Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\varphi$	$\Delta\pi$	ΔL	$\Delta\mu$
1860	Sept.	19·5	—0"01	—0"24	+ 2"21	—0' 3"82	+0' 0"65	—0"0126
	Oct.	16·5	0·00	+0·33	— 3·51	+0 5·63	—0 0·55	+0·0199
	Nov.	10·5	+0·01	+0·83	— 8·82	+0 13·32	—0 0·31	+0·0501
	Dec.	2·5	+0·02	+1·27	—13·45	+0 18·96	+0 1·02	+0·0763
1861	Jan.	9·5	+0·02	+1·87	—21·26	+0 26·63	+0 5·69	+0·1200
	Febr.	6·5	+0·02	+2·22	—26·71	+0 30·95	+0 11·01	+0·1500
	Dec.	6·5	—0·01	+3·08	—53·72	+3 27·67	+2 11·76	+0·1776
	Dec.	29·5	—0·02	+3·14	—54·05	+4 10·49	+2 20·63	+0·1462
1862	Jan.	21·5	—0·04	+3·20	—54·46	+5 0·18	+2 28·44	+0·1087

Für die weiteren Rechnungen ist es aber bequemer, die Störungswerthe auf den Äquator zu beziehen und nicht, wie es hier geschehen ist, auf die Ekliptik. Die diessbezüglichen Formeln habe ich in meiner Abhandlung über die definitive Bahnbestimmung des Planeten (58) Concordia (Sitzungsb. LVII, Märzheft) angegeben. Berücksichtigt man nur die ersten Potenzen der Änderungen, so hat man zu dieser Transformation die Formeln:

$$\left.\begin{aligned} \gamma \sin\Gamma &= \Delta\Omega \sin i \\ \gamma \cos\Gamma &= \Delta i \\ \Delta i' &= \gamma\cos(\Gamma+\sigma) \\ \Delta\Omega' &= \frac{\gamma\sin(\Gamma+\sigma)}{\sin i'} \\ \Delta\pi' &= \Delta\pi + \gamma\sin(\Gamma+\sigma)\, tg\tfrac{1}{2}i' - 2\sin^2\tfrac{1}{2}i\,\Delta\Omega. \\ \Delta L' &= \Delta\pi' \end{aligned}\right\} \quad (I)$$

wobei i die Neigung der Bahn gegen die Ekliptik, i' dieselbe gegen den Äquator vorstellt und σ der Bogen der Bahn zwischen Ekliptik und Äquator ist, der bei der Transformation der ekliptikalen in die äquatorealen Elemente hervortritt, und hier den Werth 121° 48'9 hat. Zur umgekehrten Transformation, die später gebraucht wird, hat man:

$$\left.\begin{aligned}
\gamma' \sin \Gamma' &= \Delta\Omega' \sin i' \\
\gamma' \cos \Gamma' &= \Delta i'
\end{aligned}\right.$$

dann ist

$$\left.\begin{aligned}
\Delta i &= \gamma' \cos(\Gamma' - \sigma) \\
\Delta\Omega &= \frac{\gamma' \sin(\Gamma' - \sigma)}{\sin i} \\
\Delta\pi &= \Delta\pi' + \gamma' \sin(\Gamma' - \sigma)\, tg\tfrac{1}{2} i - 2\sin^2\tfrac{1}{2} i' \,\Delta\Omega'
\end{aligned}\right\} \quad \text{(II)}$$

Führt man nun nach den Formeln (I) die geforderte Transformation durch, so erhält man als Störungswerthe, die der Rechnung zu Grunde gelegt werden müssen, die folgenden Werthe:

			$\Delta i'$	$\Delta\Omega'$	$\Delta\varphi$	$\Delta\pi'$	$\Delta L'$	$\Delta\mu$
1860	Sept.	19·5	+0″01	—0″01	+ 2″21	—0′ 3″82	+0′ 0″65	—0·0126
	Oct.	16·5	—0·01	—0·02	— 3·51	+0 5·63	—0 0·55	+0·0199
	Nov.	10·5	—0·03	—0·02	— 8·82	+0 13·32	—0 0·31	+0·0501
	Dec.	2·5	—0·05	—0·03	—13·45	+0 18·96	+0 1·02	+0·0763
1861	Jan.	9·5	—0·07	—0·06	—21·26	+0 26·63	+0 5·69	+0·1200
	Febr.	6·5	—0·08	—0·07	—26·71	+0 30·94	+0 11·02	+0·1500
	Dec.	6·5	—0·09	—0·19	—53·72	+3 27·66	+2 11·75	+0·1776
	Dec.	29·5	—0·09	—0·21	—54·05	+4 10·47	+2 20·61	+0·1462
1862	Jan.	21·5	—0·09	—0·26	—54·46	+5 10·16	+2 28·42	+0·1087

Für die weiteren Rechnungen war es nun nöthig, ein genähertes Elementensystem anzunehmen, ich wählte hierfür das folgende, welches der Hauptsache nach identisch ist mit Schubert's Elementen (Astr. Nach. Nr. 1698); dasselbe bezieht sich in der hier mitgetheilten Form auf den mittleren Äquator 1860,0, als Osculationspunkt und Epoche nehme ich an 1860, September 30,0. Man hat so:

(62) Erato.

Epoche 1860, Sept. 30,0.

$L' = 15°\ 2'\ 3''5$
$M = 340\ 45\ 51\cdot1$
$\pi' = 34\ 16\ 12\cdot4$
$\Omega' = 4\ 42\ 46\cdot3$
$= 22\ 13\ 25\cdot4$
$\varphi = 9\ 50\ 14\cdot2$
$\mu = 640''737$

Diese Elemente lassen nun in Verbindung mit den obigen Störungswerthen die folgenden Fehler (im Sinne Beob.—Rechg.) in den Normalorten übrig:

		$d\alpha$	$d\delta$
1860	Sept. 19·5	—1″10	+0″15
	Oct. 16·5	—5·07	—0·39
	Nov. 10·5	—5·84	—2·64
	Dec. 2·5	—1·72	—1·03
1861	Jan. 9·5	+0·45	—5·18
	Feb. 6·5	+1·24	—2.05
	Dec. 6·5	+7·09	—4·95
	Dec. 29·5	+0·83	—0·58
1862	Jan. 21·5	—2·27	+0·74

Um nun die Fehler möglichst zu vermindern, habe ich diese als Functionen der Elemente dargestellt und mich hierbei der Formeln bedient, die ich im XLI. Bande, Maiheft, der Sitzungsberichte veröffentlicht habe bei der definitiven Bahnbestimmung des Planeten (59) „Elpis“; ich bin so zu den folgenden 18 Bedingungsgleichungen gelangt, in denen die Coëfficienten logarithmisch angesetzt sind.

Rectascensionen.

dL'	$d\mu$	$d\varphi$	$d\pi'$
0·31099 dL'	+ 0·59646 $d\mu$	+ 0_n 17079 $d\varphi$	+ 9_n 75618 $d\pi'$
0·30181	0_n 78635	0_n 15826	9_n 74928
0·24543	0_n 61259	0_n 08286	9_n 69963
0·18376	1·02654	9_n 97142	9_n 64698
0·09422	1·71067	9_n 67200	9_n 57251
0·05017	1·93323	9_n 21756	9_n 53384
0·13682	2·82246	0·41887	9_n 03253
0·18457	2·86795	0·46366	9_n 05350
0·20057	2·87628	0·47555	9_n 07255

$\sin i'd\Omega'$	di'		
+ 9·49607 $\sin i' d\Omega'$	+ 7·49045 di'	=	—1″10 $\cos\delta_1$
9·48706	8_n 81967	=	—5·07 $\cos\delta_2$
9·43744	9_n 06786	=	—5·84 $\cos\delta_3$
9·37175	9_n 16847	=	—1·72 $\cos\delta_4$
9·21881	9_n 24993	=	+0·45 $\cos\delta_5$
9·05668	9_n 27245	=	+1·24 $\cos\delta_6$
9_n 24280	9·41627	=	+7·09 $\cos\delta_7$
9_n 26380	9·40945	=	+0·83 $\cos\delta_8$
9_n 27640	9·33529	=	—2·27 $\cos\delta_9$

Declinationen.

dL'	$d\mu$	$d\varphi$	$d\pi'$
9·92111 dL'	+ 0_n70718 $d\mu$	+ 9_n80476 $d\varphi$	+ 9_n36195 $d\pi'$
9·90770	1_n03102	9_n79553	9_n35085
9·84750	0_n93343	9_n71727	9_n29869
9·78711	9_n58728	9_n60325	9_n24881
9·70095	1·29473	9_n29189	9_n17917
9·64667	1·53720	8_n79187	9_n13021
9_n44018	2_n13949	9_n73155	8·26731
9_n46024	2_n15244	9_n74459	8·28234
9_n40984	2_n08723	9_n68567	8·27307

$\sin i' d\Omega'$	di'	
+ 0_n20383 $\sin i' d\Omega'$	+ 7_n88032 di'	= +0"15
0_n19285	9·20832	= −0·39
0_n13869	9·45720	= −2·64
0_n07291	9·55746	= −1·03
9_n95239	9·64107	= −5·18
9_n86872	9·67712	= −2·05
9·60516	0·09954	= −4·95
9·73816	0·12745	= −0·58
9·82000	0·12545	= +0·74

Ehe ich weiter ging, wollte ich mir völlige Sicherheit verschaffen, ob die hier entwickelten Differentialquotienten völlig richtig angesetzt sind; ich habe demnach einerseits dieselben Orte mit stark abgeänderten Elementen direct berechnet und andererseits die Änderungen, die hervortreten sollten, durch die Differentialquotienten ermittelt. Beide Resultate müssen stimmen, wenn die beiderseitigen Rechnungen richtig geführt sind und wenn die Änderungen der Elemente hinlänglich klein sind, um dieselben als Grössen von der Ordnung der Differentialien betrachten zu dürfen. Indem ich annahm

$$dL' = -200'' \qquad d\pi' = +600''$$
$$d\mu = +0''8 \qquad d\Omega' = +400''$$
$$d\varphi = -200'' \qquad di' = +200''$$

fand ich die in den Orten bewirkten Änderungen durch die

	directe Rechnung		Differentialformeln	
	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
1860 Sept. 19·5	−400"0	−424"4	−404"0	−424"8
Oct. 16·5	−417·5	−383·1	−421·3	−383.5
Nov. 10·5	−392·1	−313·3	−395·6	−313·6
Dec. 2·5	−366·6	−255·6	−369·6	−255·7

		directe Rechnung		Differentialformeln	
		$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
1861	Jan. 9·5	—345"7	—184"2	—348"1	—184"2
	Feb. 6·5	—346·1	—146·5	—348·2	—146·4
	Dec. 6·5	—306·8	+376·2	—306·1	+376·2
	Dec. 29·5	—342·4	+417·8	—341·6	+417·7
1862	Jan. 21·5	—370·5	+428·8	—369·7	+428·8

Es zeigen sich zwischen beiden Resultaten Unterschiede, die weit ausserhalb der Unsicherheit der beiderseitigen Rechnungen liegen; es sind also entweder Rechenfehler vorgefallen oder es ist der Einfluss der Glieder zweiter Ordnung ein zu merklicher. Es lässt sich jedoch mit Sicherheit entscheiden, welche der beiden Fehlerursachen wirksam ist. Sind es die Glieder zweiter Ordnung, die so merklich hervortreten, so muss der Gang zwischen den beiden Werthreihen ein mit der Zeit gesetzmässig fortschreitender sein; sind Rechenfehler vorgefallen, so werden sich Sprünge in diesen Differenzen zeigen müssen. Bildet man die hervortretenden Unterschiede, so wird man sich leicht überzeugen, dass nur die Glieder zweiter Ordnung die Ursache dieser Differenzen sind, indem man für diese die folgende continuirliche Werthreihe erhält:

		$dd\alpha \cos \delta$	$dd\delta$
1860	Sept. 19·5	+4"0	+0"4
	Oct. 16·5	+3·8	+0·4
	Nov. 10·5	+3·5	+0·3
	Dec. 2·5	+3·0	+0·1
1861	Jan. 9·5	+2·4	0·0
	Feb. 6·5	+2·1	—0·1
	Dec. 6·5	—0·7	0·0
	Dec. 29·5	—0·8	+0·1
1862	Jan. 21·5	—0·8	0·0

Ich konnte nun daran gehen, diese Coëfficienten in die Normalgleichungen zusammenzuziehen, um aus diesen die Correctionen der Elemente nach der Methode der kleinsten Quadrate zu erhalten. Es mussten vorerst die obigen Bedingungsgleichungen mit den Quadratwurzeln ihrer Gewichte oder mit ihrer Präcision multiplicirt werden. Um aber die Rechnung möglichst sicher und bequem zu gestalten, ist es wünschenswerth, die Coëfficienten der verschiedenen Unbekannten nahezu gleichwerthig zu machen, um den Controllerechnungen, die die Methode der kleinsten

Quadrate bietet, die möglichste Sicherheit zu geben; mir ist es immer am zweckmässigsten erschienen, die Unbekannten so zu wählen, dass der grösste Coëfficient, mit dem sie verbunden erscheint, der Einheit gleich gesetzt wird. Ich habe desshalb angenommen:

$$z = [0 \cdot 62841]\, dL' \qquad w = [3 \cdot 10651]\, d\mu$$
$$u = [0 \cdot 07588]\, d\pi' \qquad x = [0 \cdot 36601]\, di'$$
$$v = [0 \cdot 70222]\, d\varphi \qquad y = [0 \cdot 09720]\, d\Omega'$$

wobei die in den eckigen Klammern stehenden Coëfficienten logarithmisch angesetzt sind. Um aber für die Beobachtungsfehler selbst ähnliche bequeme Zahlenwerthe zu erlangen, habe ich als Fehlereinheit wieder den mit seiner Präcision multiplicirten grössten Fehler als Einheit angenommen; der briggische Logarithmus der so gewählten Fehlereinheit in Bogensekunden ist daher gesetzt worden: 1·03142. Will man aus den neu eingeführten Unbekannten sofort auf die Änderungen der Elemente in Bogensekunden übergehen, so hat man zu diesem Übergange sofort:

$$dL' = [0 \cdot 40301]\, z \qquad d\mu = [7 \cdot 92491]\, w$$
$$d\pi' = [0 \cdot 95554]\, u \qquad di' = [0 \cdot 66541]\, x$$
$$d\varphi = [0 \cdot 32920]\, v \qquad d\Omega' = [0 \cdot 93422]\, y$$

wobei wieder die in die eckigen Klammern gesetzten Coëfficienten logarithmisch zu verstehen sind. Man findet nun so als neue Bedingungsgleichungen, die sofort in die Normalgleichungen nach den bekannten Methoden umgesetzt werden können, die folgenden, in denen alle Zahlen logarithmisch angesetzt sind.

$7 \cdot 42547\, x$	$+ 9 \cdot 27765\, y$	$+ 9 \cdot 98361\, z$	$+ 9_n 98133\, u$	$+ 9_n 76960\, v$	$+ 7 \cdot 79098\, w$	$= 9_n 31098$
$8_n 78026$	$9 \cdot 29421$	$0 \cdot 00000$	$0_n 00000$	$9_n 78264$	$8_n 00644$	$= 0_n 00000$
$8_n 70185$	$8 \cdot 91799$	$9 \cdot 61702$	$9_n 62375$	$9_n 38064$	$7_n 50608$	$= 9_n 73458$
$8_n 95297$	$9 \cdot 00281$	$9 \cdot 70586$	$9_n 72161$	$9_n 41971$	$8 \cdot 07054$	$= 9_n 35442$
$9_n 03443$	$8 \cdot 84987$	$9 \cdot 61632$	$9_n 64714$	$9_n 12029$	$8 \cdot 75467$	$= 8 \cdot 77203$
$9_n 14500$	$8 \cdot 77579$	$9 \cdot 66032$	$9_n 69652$	$8_n 75390$	$9 \cdot 06528$	$= 9 \cdot 29822$
$9 \cdot 05026$	$8_n 72335$	$9 \cdot 50841$	$8_n 95665$	$9 \cdot 71665$	$9 \cdot 71595$	$= 9 \cdot 79687$
$9 \cdot 28200$	$8_n 98291$	$9 \cdot 79472$	$9_n 21618$	$0 \cdot 00000$	$0 \cdot 00000$	$= 9 \cdot 10186$
$9 \cdot 05732$	$8_n 84499$	$9 \cdot 66020$	$9_n 08441$	$9 \cdot 86137$	$9 \cdot 85781$	$= 9_n 38500$
$7_n 81534$	$9_n 98541$	$9 \cdot 59373$	$9_n 58710$	$9_n 40357$	$7_n 90170$	$= 8 \cdot 44570$
$9 \cdot 16891$	$0_n 00000$	$9 \cdot 60589$	$9_n 60157$	$9_n 41991$	$8_n 25111$	$= 8_n 88624$
$9 \cdot 09119$	$9_n 61924$	$9 \cdot 21909$	$9_n 22281$	$9_o 01505$	$7_n 82692$	$= 9_n 39018$

x	y	z	u	v	w	
$9\cdot34196\,x$	$+9_n 70397\,y$	$+9\cdot30921\,z$	$+9_n 32344\,u$	$+9_n 05154\,v$	$+6_n 63128\,w$	$= 9_n 13139$
$9\cdot42557$	$9_n 58345$	$9\cdot22305$	$9_n 25380$	$8_n 74018$	$8\cdot33873$	$= 9_n 83342$
$9\cdot54967$	$9_n 58783$	$9\cdot25682$	$9_n 29289$	$8_n 23821$	$8\cdot66925$	$= 9_n 51889$
$9\cdot73353$	$9\cdot08571$	$8_n 81177$	$8\cdot19143$	$9_n 02933$	$9_n 03298$	$= 9_n 66319$
$0\cdot00000$	$9\cdot45727$	$9_n 07039$	$8\cdot44502$	$9_n 28093$	$9_n 28449$	$= 8_n 97057$
$9\cdot84748$	$9\cdot38859$	$8_n 86947$	$8\cdot28523$	$9_n 07149$	$9_n 06876$	$= 8\cdot92585$

Die Summe der Fehlerquadrate ist für die oben eingeführte Fehler-Einheit

$$nn = 2\cdot7845.$$

Die aus den obigen Bedingungsgleichungen resultirenden Normalgleichungen sind:

x	y	z	u	v	w	
$+2\cdot17825\,x$	$-0\cdot09120\,y$	$+0\cdot00090\,z$	$-0\cdot00272\,u$	$-0\cdot00301\,v$	$-0\cdot00514\,w$	$= -0\cdot51362$
$-0\cdot09120$	$+2\cdot93474$	$-0\cdot73633$	$+0\cdot61036$	$+0\cdot07612$	$-0\cdot25790$	$= +0\cdot23183$
$+0\cdot00090$	$-0\cdot73633$	$+3\cdot90837$	$-3\cdot41686$	$-0\cdot58316$	$+1\cdot23655$	$= -1\cdot47882$
$-0\cdot00272$	$+0\cdot61036$	$-3\cdot41686$	$+3\cdot31935$	$+1\cdot44485$	$-0\cdot39367$	$= +1\cdot63876$
$-0\cdot00301$	$+0\cdot07612$	$-0\cdot58316$	$+1\cdot44485$	$+2\cdot88235$	$+1\cdot84805$	$= +1\cdot32918$
$-0\cdot00514$	$-0\cdot25790$	$+1\cdot23655$	$-0\cdot39367$	$+1\cdot84805$	$+1\cdot87242$	$= +0\cdot34201$

Ich habe die Unbekannten in diesen Normalgleichungen so angeordnet, dass das voraussichtlich am unsichersten zu bestimmende Element w, welches eine Function der täglichen mittleren siderischen Bewegung ist, als letztes erscheint, eine Vorsicht, die sich später auf das beste bewährte. Indem ich nun nach der bekannten Methode, die Elimination der Unbekannten ausführte, zeigte es sich, dass in der That der Bestimmung dieser Unbekannten nach der gewöhnlichen Methode eine sehr beträchtliche Unsicherheit innewohnt, so dass die Erreichung des Fehlerquadratsminimum fraglich wird; ich habe demnach nur die Elimination bis zur Unbekannten v ausgeführt und erhielt demnach vorerst die folgenden Bestimmungsgleichungen, in denen wieder alle Coëfficienten logarithmisch angesetzt sind.

x	y	z	u	v	w	
$0\cdot338108\,x$	$+8_n 95995\,y$	$+6\cdot954243\,z$	$+7_n 43457\,u$	$+7_n 478566\,v$	$+7_n 710963\,w$	$= 9_n 71064$
	$0\cdot467004$	$9_n 867050$	$9\cdot785505$	$8\cdot880779$	$9_n 411813$	$= 9\cdot322893$
		$0\cdot570940$	$0_n 513691$	$9_n 751331$	$0\cdot068820$	$= 0_n 154050$
			$9\cdot520860$	$9\cdot970634$	$9\cdot837000$	$= 9\cdot537367$
				$9\cdot210005$	$8\cdot985992$	$= 9\cdot134174$

Die Summe der Fehlerquadrate soll, wenn man vorläufig $w = 0$ setzt, herabgemindert werden auf:

$$nn_1 = 1\cdot6300.$$

Ich habe nun vorläufig auf die Bestimmung der Unbekannten w verzichtet und vorerst die übrigen Unbekannten als Functionen von w dargestellt; schreibt man alle Coëfficienten logarithmisch, so erhält man die folgenden Relationen:

$$
\begin{aligned}
v &= [9\cdot 92417] + [9_n 77599]w \\
u &= [0_n 12283] + [9_n 59004]w \\
z &= [0_n 15189] + [9_n 87284]w \\
y &= [8_n 47914] + [7_n 46090]w \\
x &= [9_n 37468] + [7\cdot 09202]w.
\end{aligned}
$$

Setzt man nun diese Werthe in die obigen Bedingungsgleichungen ein, so erhält man eine Bestimmung von w aus 18 Gleichungen, die beträchtlich sicherer ist, als die Bestimmung aus den Normalgleichungen; man wird vorerst eine durchgreifende Prüfung haben, dass die Summe der Fehlerquadrate in den Bedingungsgleichungen, $w = 0$ gesetzt, gleich sein muss der oben während der Elimination angegebenen Zahl, nämlich: 1·6300; die Fehler selbst sind in diesem Falle identisch mit den in den folgenden Gleichungen rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Werthen. Ich finde so:

Rectascensionen	Declinationen
$+0\cdot 01104\,w = +0\cdot 39092$	$+0\cdot 00357\,w = +0\cdot 25383$
$-0\cdot 00595\,w = -0\cdot 40743$	$-0\cdot 00341\,w = +0\cdot 19106$
$-0\cdot 00541\,w = -0\cdot 32096$	$-0\cdot 00213\,w = -0\cdot 12862$
$-0\cdot 00582\,w = -0\cdot 00188$	$-0\cdot 00161\,w = +0\cdot 00760$
$-0\cdot 00053\,w = +0\cdot 14405$	$+0\cdot 00116\,w = -0\cdot 58460$
$+0\cdot 00189\,w = +0\cdot 20432$	$+0\cdot 00254\,w = -0\cdot 24423$
$+0\cdot 00395\,w = +0\cdot 55142$	$-0\cdot 00138\,w = -0\cdot 31000$
$+0\cdot 00240\,w = -0\cdot 00486$	$-0\cdot 00120\,w = +0\cdot 18265$
$-0\cdot 00669\,w = -0\cdot 34041$	$+0\cdot 00114\,w = +0\cdot 27801$

Die oben angezeigte Prüfung zeigt in der That eine sehr schöne Übereinstimmung; bildet man nun $w = 0$ gesetzt die Summe der Fehlerquadrate, so findet sich dieselbe identisch wie früher, nämlich:

$$nn_1 = 1\cdot 6300.$$

Bestimmt man sich nun aus diesen Gleichungen w, so erhält man

$$\log w = 1\cdot 58926$$

und die Summe der Fehlerquadrate soll nun herabgemindert werden auf:

$$nn = 1\cdot1257$$

womit das Substitutionsresultat völlig stimmt, indem es für die Summe der übrig bleibenden Fehlerquadrate ganz dieselbe Zahl, nämlich 1·1257 finden lässt. Bestimmt man sich nun die Unbekannten und geht sofort von diesen auf die Änderungen der Elemente über, so findet man für dieselben:

$$d\mu = +0''32672 \qquad dL' = -1'16''89$$
$$d\varphi = -\ 47''69 \qquad d\Omega' = -\ 1''22$$
$$d\pi' = -2'28''39 \qquad di' = -\ 0''87$$

und die in den Normalorten übrig bleibenden Fehler sind:

	$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$
1860 Sept. 19·5	−0″20	+0″62
Oct. 16·5	−0·89	+1·64
Nov. 10·5	−1·19	−0·49
Dec. 2·5	+1·70	+0·53
1861 Jan. 9·5	+1·25	−4·78
Febr. 6·5	+0·81	−2·13
Dec. 6·5	+4·28	−2·76
Dec. 29·5	−0·61	+1·42
1862 Jan. 21·5	−0·71	+2·05

Die Elemente selbst als auch die Fehler sind oben als Functionen von w dargestellt worden, will man sich nun in sehr durchsichtiger Weise die Unsicherheit, die etwa μ anhaftet, anschaulich machen, so dürfte es am zweckmässigsten sein, sowohl die Elemente als auch die übrig bleibenden Fehler unmittelbar als Functionen von $\Delta\mu$ darzustellen; nimmt man für $\Delta\mu$ als Einheit eine Bogensekunde, so findet man aus den bisherigen Entwickelungen leicht die folgenden Elemente:

(62) Erato.

Mittl. Äquator 1860, 0. Oscul. u. Epoche 1860 Sept. 30,0.

$$L' = 15°\ 0'46''61 - 3'44''36\ \Delta\mu$$
$$M = 340\ 47\ \ 2\cdot60 + 3\ \ 13\cdot15\ \Delta\mu$$
$$\pi' = 34\ 13\ 44\cdot01 - 6\ \ 57\cdot51\ \Delta\mu$$
$$\Omega' = 4\ 42\ 45\cdot08 - 0\ \ 2\cdot95\ \Delta\mu$$
$$i' = 22\ 13\ 24\cdot53 + 0\ \ 0\cdot68\ \Delta\mu$$
$$\varphi = 9\ 49\ 26\cdot51 - 2\ \ 31\cdot45\ \Delta\mu$$
$$\mu = 641''06372 \qquad \Delta\mu$$
$$\log a = 0\cdot4954036 \quad - 0\cdot0004517\ \Delta\mu$$

und die Fehler in den Orten im Sinne Beobachtung—Rechnung:

		$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$	Gewicht
1860	Sept. 19·5	—0"20 — 7"05 $\Delta\mu$,	+0"62 — 2"28 $\Delta\mu$	4,0
	Oct. 16·5	—0·89 + 3·58 $\Delta\mu$,	+1·64 + 2·05 $\Delta\mu$	4,5
	Nov. 10·5	—1·19 + 6·91 $\Delta\mu$,	—0·49 + 2·72 $\Delta\mu$	1,0
	Dec. 2·5	+1·70 + 5·26 $\Delta\mu$,	+0·53 + 1·45 $\Delta\mu$	2,0
1861	Jan. 9·5	+1·25 + 0·48 $\Delta\mu$,	—4·78 — 1·05 $\Delta\mu$	2,0
	Feb. 6·5	+0·81 — 1·39 $\Delta\mu$,	—2·13 — 1·87 $\Delta\mu$	3,0
	Dec. 6·5	+4·28 — 5·05 $\Delta\mu$,	—2·76 + 1·76 $\Delta\mu$	1,0
	Dec. 29·5	—0·61 — 1·77 $\Delta\mu$,	+1·42 + 0·89 $\Delta\mu$	3,0
1862	Jan. 21·5	—0·71 + 6·98 $\Delta\mu$,	+2·05 — 1·19 $\Delta\mu$	1,5

Um nun den Einfluss von $\Delta\mu$ auf die Orte deutlich hervortreten zu lassen, habe ich der Reihe nach $\Delta\mu$ gleich gesetzt —1·0, —0·5, 0·0, +0·5 und +1·0 und finde die folgende Darstellung der Orte:

			$\Delta\mu = -1·0$		$\Delta\mu = -0·5$		$\Delta\mu = 0·0$		$\Delta\mu = +0·5$		$\Delta\mu = +1·0$	
			$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$
1860	Sept.	19·5	+6"8	+2"9	+3"3	+1"8	—0"2	+0"6	—3"7	—0"5	—7"2	—1"7
	Oct.	16·5	—4·5	—0·4	—2·7	+0·6	—0·9	+1·6	+0·9	+2·7	+2·7	+3·7
	Nov.	10·5	—8·1	—3·2	—4·6	—1·8	—1·2	—0·5	+2·3	+0·9	+5·7	+2·2
	Dec.	2·5	—3·6	—0·9	—0·9	—0·2	+1·7	+0·5	+4·3	+1·2	+7·0	+2·0
1861	Jan.	9·5	+0·8	—3·7	+1·0	—4·3	+1·3	—4·8	+1·5	—5·3	+1·7	—5·8
	Febr.	6·5	+2·2	—0·3	+1·5	—1·2	+0·8	—2·1	+0·2	—3·1	—0·6	—4·0
	Dec.	6·5	+9·3	—4·5	+6·8	—3·6	+4·3	—2·8	+1·6	—1·9	—0·8	—1·0
	Dec.	29·5	+1·2	+0·5	+0·3	+1·0	—0·6	+1·4	—1·5	+1·9	—2·4	+2·3
1862	Jan.	21·5	—7·7	+3·2	—4·2	+2·6	—0·7	+2·1	+2·6	+1·5	+6·3	+0·9

Es zeigt dieses Schema, dass die Darstellung der Orte anfängt mangelhaft zu werden, sobald $\Delta\mu$ die Grenzen $\pm$0·5 erreicht; völlig unvereinbar mit der Güte der Beobachtungen ist aber die Darstellung, sobald man $\Delta\mu = \pm 1$ setzt. Man kann demnach mit grosser Wahrscheinlichkeit annehmen, dass Erato innerhalb der Grenzen gefunden wird, die durch $\Delta\mu = \pm 0·5$ eingeschlossen werden; mit Sicherheit kann aber darauf gezählt werden, dass die Grenzen eingehalten werden, die durch $\Delta\mu = \pm 1·0$ angegeben sind. Ich habe desshalb weiter unten die fünf Ephemeriden ausgeführt, die sich den obigen Elementen anschliessen, sobald man der Reihe nach $\Delta\mu$ gleich —1·0, —0·5, 0·0, +0·5 und +1·0 setzt. Man wird vorerst die Nachforschungen auf die Grenzen —0·5 und +0·5 zu beschränken haben und

dann erst auf die weiteren übergehen, wenn allerdings wider Erwarten der Planet nicht in dieser engeren Zone aufgefunden würde; ist es erlaubt nach dem Gange der Fehler eine Vermuthung zu äussern, so möchte ich fast glauben, dass die Durchsuchung der Grenzen zwischen den Hypothesen $\Delta\mu = 0$ und $\Delta\mu = +0{\cdot}5$ die meiste Aussicht auf Erfolg hätte.

Es ist nun noch die letzte durchgreifende Prüfung vorzunehmen, nämlich die directe Berechnung der Orte aus den Elementen, die mit den oben nach den Differentialformeln gefundenen Werthen übereinstimmen muss. Ich finde so durch die directe Nachrechnung aus den obigen Elementen mit Rücksicht auf die mitgetheilten Störungswerthe:

			$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
1860	Sept.	19·5	−0"1	+0"7
	Oct.	16·5	−0·8	+1·7
	Nov.	10·5	−1·1	−0·4
	Dec.	2·5	−1·8	+0·6
1861	Jan.	9·5	+1·3	−4·8
	Febr.	6·5	+0·9	−2·1
	Dec.	6·5	+4·4	−2·7
	Dec.	29·5	−0·6	+1·4
1862	Jan.	21·5	−0·7	+2·1

Die Übereinstimmung dieser Werthe mit denen des obigen Schema's, wo $\Delta\mu = 0$ gleich gesetzt wurde, ist eine fast völlige und die Differenzen überschreiten kaum die unvermeidliche Unsicherheit einer 7stelligen logarithmischen Rechnung, doch ist bei der Genauigkeit, mit der ich die Rechnung geführt habe, immerhin ein kleiner Einfluss der Glieder zweiter Ordnung merkbar, wiewohl er in dem vorliegenden Falle völlig bedeutungslos ist und nirgends zeigt sich eine grössere Differenz als ein Zehntheil der Bogensekunde. Dieses Hervortreten der Glieder zweiter Ordnung würde allerdings, wenn man Bruchtheile der Bogensekunde völlig verbürgen wollte, die Giltigkeit des obigen Schema's in Zweifel ziehen, doch ist der Einfluss so gering, dass die auf das obige Schema gegründeten Schätzungen über den möglichen Fehler in der täglichen, mittleren siderischen Bewegung ihre volle Giltigkeit haben.

Ich habe nun die oben angeführten äquatorealen Elemente in die ekliptikalen umgesetzt, und zur Darstellung dieser als

Functionen von $\Delta\mu$ mich der oben angeführten Formel II bedient und erhalten nach Abkürzung der Hunderttheile der Bogensekunde in den Elementen:

(62) Erato

mittl. Äq. 1860,0. Osc. u. Epoche 1860, Sept. 30,0 mittl. Berl. Zeit.

$$
\begin{aligned}
L &= 14^\circ 38' 38''6 - 3' 44''14\,\Delta\mu \\
M &= 340\ 47\ \ 2\cdot6 + 3\ 13\cdot15\,\Delta\mu \\
\pi &= 33\ 51\ 36\cdot0 - 6\ 57\cdot29\,\Delta\mu \\
\Omega &= 126\ \ 9\ 31\cdot1 + 0\ \ 0\cdot27\,\Delta\mu \\
i &= 2\ 12\ 20\cdot3 - 0\ \ 1\cdot31\,\Delta\mu \\
\varphi &= 9\ 49\ 26\cdot5 - 2\ 31\cdot45\,\Delta\mu \\
\mu &= 641\cdot06372 + \Delta\mu \\
\log a &= 0\cdot4954036 - 0\cdot0004517\,\Delta\mu
\end{aligned}
$$

Um diese Elemente auf andere mittlere Äquinoctien übertragen zu können, habe ich den Einfluss bestimmt, den die Präcession auf dieselben ausübt und für die jährlichen (tropisches Jahr) Änderungen gefunden:

$$
\begin{aligned}
\left.\begin{matrix} dL \\ d\pi \end{matrix}\right\} &= +50''245 \\
d\Omega &= +41\cdot154 \\
di &= -\ 0\cdot327
\end{aligned}
$$

Für den Beobachter wird es auch angenehm sein, ein beiläufiges Mass für die Helligkeit des Planeten zu haben; ich habe desshalb aus den mir bekannten Grössenschätzungen die mittlere Oppositionsgrösse abgeleitet und die folgenden Resultate gefunden:

Datum	Beobachter	geschätzte Gr.	mittl. Oppositionsgr.
1860 Sept. 14.	Förster u. Lesser	11·0	11·9
„ 19.	Lesser	11·0	11·9
Dec. 3.	Förster	12·5	12·9
1861 Febr. 4.		12·8	12·5
6.		13·0	12·7

Man wird desshalb für die mittlere Oppositionsgrösse anzunehmen haben:

$$Mg = 12\cdot4.$$

Ich habe nun aus den obigen Elementen unter der Annahme von $\Delta\mu = -1''0,\ -0''5,\ 0''0,\ +0''5$ und $+1''0$ hypothetische

Beilage zu pag. 649.

12h Berl. Zeit	Δμ = −1″0			Δμ = −0″5			Δμ = 0″0			Δμ = +0″5			Δμ = +1″0		
	α	δ	logΔ	α	δ	logΔ	α	δ	logΔ	α	δ	logΔ	α	δ	logΔ
1871 Aug. 28	23h49m18s	−3°40′·9	0·248	23h53m31s	−3°15′·4	0·247	23h57m43s	−2°49′·8	0·248	0h 1m54s	−2°24′·3	0·248	0h 6m 9s	−1°58′·5	0·248
29	23 48 44	−3 45·7	0·246	23 52 57	−3 20·1	0·245	23 57 11	−2 54·5	0·246	0 1 23	−2 28·8	0·246	0 5 38	−2 2·9	0·246
30	23 48 9	−3 50·5	0·245	23 52 23	−3 24·9	0·244	23 56 38	−2 59·2	0·245	0 0 51	−2 33·4	0·245	0 5 6	−2 7·4	0·245
31	23 47 32	−3 55·0	0·244	23 51 48	−3 29·8	0·243	23 56 3	−3 4·0	0·244	0 0 17	−2 38·1	0·243	0 4 33	−2 12·0	0·243
Sept. 1	23 46 55	−4 0·5	0·243	23 51 12	−3 34·7	0·242	23 55 28	−3 8·9	0·243	23 59 43	−2 42·9	0·242	0 4 0	−2 16·7	0·242
2	23 46 18	−4 5·6	0·241	22 50 35	−3 39·7	0·241	23 54 52	−3 13·9	0·242	23 59 8	−2 47·8	0·240	0 3 25	−2 21·5	0·240
3	23 45 39	−4 10·7	0·240	23 49 57	−3 44·8	0·240	23 54 15	−3 18·9	0·240	23 58 32	−2 52·7	0·239	0 2 50	−2 26·4	0·239
4	23 45 0	−4 15·9	0·239	23 49 18	−3 50·0	0·239	23 53 37	−3 24·0	0·239	23 57 55	−2 57·7	0·238	0 2 14	−2 31·4	0·238
5	23 44 20	−4 21·2	0·238	23 48 39	−3 55·2	0·238	23 52 58	−3 29·1	0·237	23 57 17	−3 2·8	0·237	0 1 37	−2 36·4	0·237
6	23 43 39	−4 26·5	0·237	23 47 59	−4 0·4	0·237	23 52 19	−3 34·3	0·236	23 56 38	−3 7·9	0·236	0 0 59	−2 41·5	0·236
7	23 42 58	−4 31·8	0·236	23 47 19	−4 5·7	0·236	23 51 39	−3 39·5	0·235	23 55 59	−3 13·1	0·235	0 0 21	−2 46·6	0·235
8	23 42 17	−4 37·1	0·235	23 46 38	−4 11·0	0·236	23 50 58	−3 44·8	0·234	23 55 19	−3 18·3	0·234	23 59 41	−2 51·8	0·234
9	23 41 35	−4 42·5	0·235	23 45 56	−4 16·4	0·235	23 50 17	−3 50·1	0·233	23 54 39	−3 23·6	0·233	23 59 1	−2 57·1	0·233
10	23 40 52	−4 47·9	0·234	23 45 14	−4 21·8	0·234	23 49 35	−3 55·5	0·233	23 53 58	−3 28·9	0·232	23 58 20	−3 2·4	0·232
11	23 40 9	−4 53·3	0·234	23 44 31	−4 27·2	0·233	23 48 53	−4 0·9	0·232	23 53 16	−3 34·3	0·232	23 57 39	−3 7·7	0·231
12	23 39 25	−4 58·7	0·233	23 43 48	−4 32·6	0·232	23 48 11	−4 6·3	0·231	23 52 34	−3 39·7	0·231	23 56 57	−3 13·1	0·230
13	23 38 42	−5 4·2	0·233	23 43 5	−4 38·0	0·232	23 47 28	−4 11·7	0·231	23 51 51	−3 45·1	0·231	23 56 15	−3 18·5	0·230
14	23 37 58	−5 9·6	0·232	23 42 22	−4 43·5	0·231	23 46 45	−4 17·1	0·231	23 51 8	−3 50·5	0·230	23 55 33	−3 23·9	0·229
15	23 37 14	−5 15·0	0·232	23 41 38	−4 48·9	0·231	23 46 1	−4 22·6	0·231	23 50 25	−3 56·0	0·230	23 54 50	−3 29·3	0·229
16	23 36 30	−5 20·4	0·232	23 40 54	−4 54·3	0·231	23 45 17	−4 28·0	0·231	23 49 42	−4 1·5	0·229	23 54 7	−3 34·8	0·228
17	23 35 46	−5 25·8	0·232	23 40 10	−4 59·7	0·231	23 44 33	−4 33·4	0·230	23 48 58	−4 6·9	0·229	23 53 23	−3 40·2	0·228
18	23 35 2	−5 31·1	0·232	23 39 26	−5 5·1	0·231	23 43 49	−4 38·8	0·230	23 48 14	−4 12·3	0·228	23 52 39	−3 45·6	0·227
19	23 34 18	−5 36·4	0·232	23 38 42	−5 10·4	0·231	23 43 5	−4 44·1	0·230	23 42 29	−4 17·7	0·228	23 51 55	−3 51·0	0·227
20	23 33 34	−5 41·6	0·232	23 37 58	−5 15·7	0·231	23 42 21	−4 49·4	0·230	23 46 45	−4 23·0	0·228	23 51 11	−3 56·4	0·227
21	23 32 50	−5 46·8	0·232	23 37 14	−5 20·9	0·231	23 41 37	−4 54·7	0·230	23 46 1	−4 28·3	0·228	23 50 27	−4 1·7	0·227
22	23 32 7	−5 51·9	0·232	23 36 30	−5 26·1	0·231	23 40 53	−4 59·9	0·230	23 45 17	−4 33·6	0·228	23 49 43	−4 7·0	0·227
23	23 31 23	−5 56·9	0·233	23 35 47	−5 31·2	0·231	23 40 10	−5 5·1	0·230	23 44 33	−4 38·8	0·228	23 48 59	−4 12·3	0·227
24	23 30 41	−6 1·9	0·233	23 35 3	−5 36·2	0·231	23 39 26	−5 10·2	0·230	23 43 49	−4 44·0	0·228	23 48 15	−4 17·5	0·227
25	23 29 58	−6 6·8	0·234	23 34 20	−5 41·2	0·232	23 38 43	−5 15·3	0·231	23 43 5	−4 49·1	0·228	23 47 31	−4 22·7	0·228
26	23 29 16	−6 11·6	0·234	23 33 37	−5 46·1	0·232	23 38 0	−5 20·3	0·231	23 42 22	−4 54·1	0·228	23 46 47	−4 27·8	0·228
27	23 28 35	−6 16·4	0·235	23 32 55	−5 50·9	0·233	23 37 18	−5 25·2	0·231	23 41 40	−4 59·1	0·229	23 46 4	−4 32·8	0·228
28	23 27 54	−6 21·0	0·235	23 32 14	−5 55·6	0·233	23 36 36	−5 30·0	0·231	23 40 58	−5 4·0	0·229	23 45 21	−4 37·8	0·228
29	23 27 14	−6 25·6	0·236	23 31 33	−6 0·3	0·234	23 35 54	−5 34·7	0·232	23 40 16	−5 8·8	0·230	23 44 39	−4 42·7	0·229
30	23 26 34	−6 30·0	0·237	23 30 53	−6 4·8	0·234	23 35 13	−5 39·3	0·232	23 39 35	−5 13·5	0·230	23 43 57	−4 47·5	0·229
Oct. 1	23 25 56	−6 34·4	0·238	23 30 13	−6 9·3	0·235	23 34 32	−5 43·8	0·233	23 38 54	−5 18·1	0·231	23 43 16	−4 52·2	0·230
2	23 25 18	−6 38·6	0·239	23 29 34	−6 13·6	0·236	23 33 53	−5 48·2	0·234	23 38 14	−5 22·6	0·232	23 42 35	−4 56·8	0·231
3	23 24 40	−6 42·7	0·240	23 28 56	−6 17·8	0·237	23 33 14	−5 52·6	0·235	23 37 35	−5 27·0	0·233	23 41 55	−5 1·4	0·232
4	23 24 4	−6 46·7	0·241	23 28 19	−6 21·8	0·238	23 32 36	−5 56·8	0·236	23 36 56	−5 31·3	0·234	23 41 16	−5 5·8	0·232
5	23 23 28	−6 50·6	0·242	23 27 42	−6 25·8	0·239	23 31 59	−6 0·9	0·237	23 36 18	−5 35·5	0·235	23 40 37	−5 10·1	0·233
6	23 22 53	−6 54·3	0·243	23 27 7	−6 29·7	0·240	23 31 23	−6 4·9	0·238	23 35 41	−5 39·6	0·236	23 39 59	−5 14·3	0·234
7	23 22 20	−6 57·9	0·244	23 26 33	−6 33·5	0·241	23 30 48	−6 8·7	0·239	23 35 5	−5 43·6	0·237	23 39 22	−5 18·3	0·235

12^h Berl. Zeit	$\Delta\mu = -1\overset{\prime\prime}{.}0$				
	α	δ	log Δ		log Δ
1871 Aug. 28	$23^h 49^m 18^s$	−3° 40′·9	0·248	25	0·248
29	23 48 44	−3 45·7	0·246	29	0·246
30	23 48 9	−3 50·5	0·245	24	0·245
31	23 47 32	−3 55·0	0·244	20	0·243
Sept. 1	23 46 55	−4 0·5	0·243	27	0·242
2	23 46 18	−4 5·6	0·241	25	0·240
3	23 45 39	−4 10·7	0·240	24	0·239
4	23 45 0	−4 15·9	0·239	24	0·238
5	23 44 20	−4 21·2	0·238	24	0·237
6	23 43 39	−4 26·5	0·237	25	0·236
7	23 42 58	−4 31·8	0·236	26	0·235
8	23 42 17	−4 37·1	0·235	23	0·234
9	23 41 35	−4 42·5	0·235	21	0·233
10	23 40 52	−4 47·9	0·234	24	0·232
11	23 40 9	−4 53·3	0·234	27	0·231
12	23 39 25	−4 58·7	0·233	21	0·230
13	23 38 42	−5 4·2	0·233	25	0·230
14	23 37 58	−5 9·6	0·232	29	0·229
15	23 37 14	−5 15·0	0·232	23	0·229
16	23 36 30	−5 20·4	0·232	28	0·228
17	23 35 46	−5 25·8	0·232	22	0·228
18	23 35 2	−5 31·1	0·232	26	0·227
19	23 34 18	−5 36·4	0·232	20	0·227
20	23 33 34	−5 41·6	0·232	24	0·227
21	23 32 50	−5 46·8	0·232	27	0·227
22	23 32 7	−5 51·9	0·232	20	0·227
23	23 31 23	−5 56·9	0·233	23	0·227
24	23 30 41	−6 1·9	0·233	25	0·227
25	23 29 58	−6 6·8	0·234	27	0·228
26	23 29 16	−6 11·6	0·234	28	0·228
27	23 28 35	−6 16·4	0·235	28	0·228
28	23 27 54	−6 21·0	0·235	28	0·228
29	23 27 14	−6 25·6	0·236	27	0·229
30	23 26 34	−6 30·0	0·237	25	0·229
Oct. 1	23 25 56	−6 34·4	0·238	22	0·230
2	23 25 18	−6 38·6	0·239	28	0·231
3	23 24 40	−6 42·7	0·240	24	0·232
4	23 24 4	−6 46·7	0·241	28	0·232
5	23 23 28	−6 50·6	0·242	21	0·233
6	23 22 53	−6 54·3	0·243	23	0·234
7	23 22 20	−6 57·9	0·244	23	0·235

Ephemeriden (siehe Beilage) zur Aufsuchung des Planeten gerechnet; zunächst war es nöthig, die Elemente auf einen der kommenden Opposition nahe liegenden Osculationspunkt zu verlegen; ich wählte hierfür den 13. September 1871 und ermittelte durch Integration der oben mitgetheilten Differentialquotienten, zunächst die Störungen für die Zeit 1860 Sept. 30,0 — 1871 Sept. 13,0 wie folgt:

	♃	♄
Δi	+ 12″2	+ 0″3
$\Delta\Omega$	— 27′31·9	+ 5·9
$\Delta\pi$	+3°23 36·8	+2′46·5
$\Delta\varphi$	— 2 48·1	— 2·2
ΔL	—1 11 4·8	— 41·5
$\Delta\mu$	+0·2083	+0·0125

Man erhält daher zur Berechnung der fünf hypothetischen Ephemeriden die folgenden fünf Elementensysteme, bei denen durchaus die Osculation und Epoche für 1871 Sept. 13,0 mittl. Berliner Zeit angenommen ist; als Fundamentalebene gilt die Ekliptik 1870,0.

	$\Delta\mu = -1''0$	$\Delta\mu = -0''5$	$\Delta\mu = 0$	$\Delta\mu = +0''5$	$\Delta\mu = +1''0$
L	4°50′44″	5°22′12″	5°53′40″	6°25′ 8″	6°56′36″
M	327 16 35	327 51 31	328 26 28	329 1 25	329 36 21
π	37 34 9	37 30 41	37 27 12	37 23 43	37 20 15
Ω	125 49 38	125 49 38	125 49 38	125 49 38	125 49 38
	2 12 30	2 12 30	2 12 29	2 12 28	2 12 28
φ	9 49 8	9 47 52	9 46 36	9 45 20	9 44 5
μ	640″284	640″784	641″284	641″784	642″284
$\log a$	0·49576	0·49553	0·49530	0·49508	0·49485

Die Opposition tritt nach diesen Elementen nahe am 17. September ein, die Lichtstärke wird etwa 2·1 sein und die Grösse zur Zeit der Opposition 11·6. Ich hebe hier nochmals hervor, dass man mit Sicherheit erwarten darf, dass der Planet innerhalb der Grenzen der Hypothesen $\Delta\mu = -1{\cdot}0$ und $\Delta\mu = +1{\cdot}0$ gefunden wird; es ist sogar mit einem hohen Grade von Wahrscheinlichkeit anzunehmen, dass derselbe innerhalb der Hypothesen $\Delta\mu = -0{\cdot}5$ und $\Delta\mu = +0{\cdot}5$ stehen wird und man sich daher vorerst auf die Durchforschung dieser engeren Grenzen beschränken darf; es scheint mir, wie schon oben darauf hingewiesen worden, einigermassen angedeutet, dass der Werth von $\Delta\mu$ zwischen den Grenzen 0 und $+0{\cdot}5$ eingeschlossen sein wird.

Zusatz zur Abhandlung: „Über die Bahn des Planeten (62) „Erato“.

Kurze Zeit, nachdem ich meine Rechnungen über Erato vollendet und der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften am 16. Februar vorgelegt hatte, lief eine Beantwortung meiner Anfrage nach Berlin über die in vorstehender Abhandlung erwähnte muthmassliche Beobachtung der Erato in der dritten Opposition ein. Dr. F. Tietjen, Observator der Berliner Sternwarte, schreibt mir hierüber:

„Über die Beobachtung der Erato in der dritten Opposition kann ich nur sagen, dass ich damals ein äusserst schwaches Object beobachtete, dessen Bewegung ich wahrzunehmen glaubte. Später konnte ich an dem beobachteten Orte nie etwas wieder entdecken, was mir zu bestätigen scheint, dass das beobachtete Object der Planet gewesen ist.“

Die mitgetheilte Beobachtung ist:

1863 April 10, $12^h 55^m 5^s$ m. Zt. Berlin. $\alpha = 12^h 18^m 35^s 52$, $\delta = +0° 54' 3'' 5$

und es wird von Tietjen der Zusatz gemacht, dass die Beobachtungszeit wohl auch $13^h 54^m 55^s$ lauten kann, indem ein Schreibfehler von einer Sternzeitstunde vorgefallen ist; doch ist die erstere Annahme jedenfalls viel plausibler.

Es war nun von Wichtigkeit, von meiner Seite durch Rechnung zu entscheiden, ob das beobachtete Object Erato war oder nicht. Ich nahm die letzten Elemente meiner vorstehenden Abhandlung vor und leitete mit beiläufiger Rücksicht auf die Störungen durch Jupiter und Saturn die folgende kleine genäherte Ephemeride ab:

12^h Berl. Zeit	α (62)	δ (62)	log Δ	Abrrzt.
1863 April 9	$12^h 19^m 13^s 53$	$+0° 49' 59'' 5$	0·4175	$21^m 42^s$
10	12 18 34·04	+0 54 12·4	0·4183	21 44
11	12 17 55·04	+0 58 21·2	0·4192	21 47

Vergleicht man hiemit diese Beobachtung, so erhält man mit Rücksicht auf die Parallaxe $\{d\alpha = +0^s 06,\ d\delta = +2'' 6\}$ die folgende Differenz im Sinne Beobachtung—Rechnung:

$$\Delta\alpha = +2^s 45 \qquad \Delta\delta = -12'' 1$$

womit auf schöne Weise die Richtigkeit der Beobachtung und meiner Elemente erwiesen ist. — Wäre die letztere Zeitangabe die richtige, so hätte man für die Parallaxe anzunehmen: $d\alpha = +0^s09$, $d\delta = +2''6$ und hätte als Differenz zwischen der Beobachtung und Rechnung

$$\Delta\alpha = +4^s11 \qquad \Delta\delta = -22''6.$$

Indem ich die erstere Annahme als richtig gelten liess, bildete ich den folgenden auf das mittlere Äquinoctium 1860,0 bezogenen Normalort

$$1863 \text{ April } 10\cdot5 \qquad \alpha = 184°36'22''4 \qquad \delta = +0°55'11''8.$$

Mit diesem Orte habe ich die in vorstehender Abhandlung als die besten bezeichneten Elemente mit Rücksicht auf die Störungen durch Jupiter und Saturn streng verglichen und erhalten:

$$\Delta\alpha = +35''21 \qquad \Delta\delta = -15''85.$$

Um nun die Elemente dieser Beobachtung möglichst anzuschliessen, habe ich zunächst den differentiellen Einfluss der erwähnten Elemente auf diesen Ort ermittelt und gefunden, in dem die Coëfficienten logarithmisch angesetzt sind.

$$9\cdot98069 dL' + 2\cdot93562 d\mu + 0\cdot04876 d\varphi + 9\cdot48978 d\pi' + 9\cdot42903 \sin i' d\Omega' + 8_n 57161 di' = +35''21 \cos\delta$$
$$9_n 59215 dL' + 2_n 54150 d\mu + 9_n 67389 d\varphi + 9_n 09485 d\pi' + 0\cdot13565 \sin i' d\Omega' + 8_n 96029 di' = -15''85.$$

Ich habe mich zunächst durch willkürliche Variation der Elemente von der Richtigkeit dieser Coëfficienten überzeugt. In der obigen Abhandlung ist der Einfluss einer veränderten Annahme über μ auf die Elemente angegeben; mit diesen Coëfficienten kann man nun in diesen Gleichungen die Unbekannten bis auf $d\mu$ eliminiren. Thut man diess, so verwandeln sich die obigen Gleichungen in die folgenden:

$$+ 348\cdot88\Delta\mu = +35''21 \cos\delta$$
$$- 138\cdot38\Delta\mu = -15\cdot85$$

aus denen die Bestimmung von $\Delta\mu$ nach der Methode der kleinsten Quadrate resultirt.

$\Delta\mu = +0''10277$ und die Fehler $d\alpha \cos\delta = -0''6$, $\quad d\delta = -1''6$.

Wäre die zweite Zeitangabe die richtige, so müssen die Gleichungen zur Bestimmung von $\Delta\mu$ sein:

$$+348 \cdot 88\Delta\mu = +60''11 \cos\delta$$
$$-138 \cdot 38\Delta\mu = -26''35$$

und es würde gefunden werden:

$\Delta\mu = +0''17474$ und die Fehler $d\alpha \cos\delta = -0''8 \qquad d\delta = -2''2$.

Hierdurch bestätigt sich die von mir geäusserte Vermuthung, dass der Planet in den Grenzen $\Delta\mu = 0{\cdot}0$ und $\Delta\mu = +0{\cdot}5$ gefunden werden wird. Dadurch nun, dass ich in der Lage bin zu behaupten, dass die Berliner Beobachtung sich auf Erato bezieht, ist schon die Wiederauffindung des Planeten gesichert, indem die noch bestehende verhältnissmässig kleine Unsicherheit in der Vorausbestimmung des Ortes auf die engsten Grenzen herabgebracht wird. Indem ich nun dem ersteren Werthe von $\Delta\mu$, der jedenfalls der plausiblere ist, den Vorzug gebe, erhalte ich die folgenden Elemente der Erato aus denen der obigen Abhandlung und den daselbst mitgetheilten Störungswerthen.

(62)

(62) **Erato.**	(62) **Erato.**
mittl. Äquinoctium 1860,0	mittl. Äquinoctium 1871,0
Osculat. u. Epoche 1860, Sept. 30,0	Osculat. u. Epoche 1871, Sept. 13,0
mittl. Berl. Zeit	mittl. Berl. Zeit.
$L =$ 14°38'15"6	$L =$ 6° 0' 8"0
$M =$ 340 47 22·4	$M =$ 328 33 38·8
$\pi =$ 33 50 53·2	$\pi =$ 37 26 29·2
$\Omega =$ 126 9 31·1	$\Omega =$ 125 49 37·8
$i =$ 2 12 20·2	$i =$ 2 12 29·1
$\varphi =$ 9 49 10·9	$\varphi =$ 9 46 20·6
$\mu =$ 641·16649	$\mu =$ 641·3873
$\log a =$ 0·495357.	$\log a =$ 0·495257.

Diese letzteren Elemente dienten mir nun dazu, die folgende strenge Ephemeride abzuleiten, die wohl auf $\pm 20^s$ den Ort des Planeten wiedergeben wird. Wäre die zweite Annahme über die Beobachtungszeit die richtige, so wäre der Planet in etwa um 38^s grösseren Rectascensionen zu suchen. Hypothetische Ephemeriden habe ich unterlassen abzuleiten, indem einerseits die Unsicherheit in dem voraus berechneten Orte gering ist und ausserdem die hypothetischen Ephemeriden der vorstehenden Abhandlung eine völlig sichere Leitung geben.

Oppositionsephemeride für 1871.

12ʰ Berl. Zeit	α (62)	δ (62)	log Δ	Abrrzt.
1871 Aug. 30	23ʰ57ᵐ29ˢ54	— 2°53′52″5	0·2448	14ᵐ35ˢ
„ 31	23 56 55·44	— 2 58 38·4	0·2434	14 32
Sept. 1	23 56 20·42	— 3 3 29·4	0·2421	14 29
„ 2	23 55 44·52	— 3 8 25·2	0·2408	14 27
3	23 55 7·75	— 3 13 25·3	0·2396	14 24
4	23 54 30·15	— 3 18 29·4	0·2385	14 22
5	23 53 51·77	— 3 23 37·3	0·2374	14 20
6	23 53 12·65	— 3 28 48·6	0·2364	14 18
7	23 52 32·83	— 3 34 3·1	0·2355	14 16
8	23 51 52·34	— 3 39 20·4	0·2346	14 14
9	23 51 11·24	— 3 44 40·0	0·2338	14 13
10	23 50 29·60	— 3 50 1·5	0·2330	14 11
11	23 49 47·47	— 3 55 24·7	0·2323	14 10
12	23 49 4·89	— 4 0 49·1	0·2317	14 9
13	23 48 21·92	— 4 6 14·3	0·2312	14 8
14	23 47 38·63	— 4 11 39·9	0·2307	14 7
15	23 46 55·05	— 4 17 5·6	0·2303	14 6
„ 16	23 46 11·23	— 4 22 30·9	0·2300	14 5
☍ „ 17	23 45 27·25	— 4 27 55·3	0·2297	14 5
18	23 44 43·17	— 4 33 18·6	0·2295	14 5
19	23 43 59·05	— 4 38 40·2	0·2293	14 4
20	23 43 14·97	— 4 43 59·7	0·2293	14 4
21	23 42 30·96	— 4 49 16·7	0·2293	14 4
22	23 41 47·08	— 4 54 31·0	0·2294	14 4
23	23 41 3·37	— 4 59 42·1	0·2295	14 5
24	23 40 19·90	— 5 4 49·6	0·2297	14 5
25	23 39 36·72	— 5 9 53 2	0·2300	14 5
26	23 38 53·88	— 5 14 52·6	0·2304	14 6
27	23 38 11·45	— 5 19 47·4	0·2308	14 7
28	23 37 29·48	— 5 24 37·0	0·2313	14 8
29	23 36 48·02	— 5 29 21·1	0·2319	14 9
30	23 36 7·10	— 5 33 59·7	0·2325	14 10
Octob. 1	23 35 26·77	— 5 38 32·6	0·2332	14 12
2	23 34 47·08	— 5 42 59·4	0·2340	14 13
3	23 34 8·05	— 5 47 19·9	0·2348	14 15
4	23 33 29·73	— 5 51 33·9	0·2357	14 17
5	23 32 52·16	— 5 55 41·1	0·2366	14 18

(62) ☍ ☉ Sept. 17·8.

Oppositionsgrösse = 11·6.

Oppositionshelligkeit = 2·1.

XI. SITZUNG VOM 20. APRIL 1871.

Die Redaction des „Jahrbuches über die gesammten Fortschritte der Mathematik" zu Berlin dankt mit Schreiben vom 13. April l. J. für die Betheilung mit Publicationen der Classe.

Herr Franz Schindler zu Hermannstadt übersendet eine Mittheilung, betitelt: „Der Auftrieb des Wassers als bewegende Kraft".

Herr Prof. Dr. C. Freih. v. Ettingshausen legt eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung: „Über die Blattskelete der Loranthaceen" vor.

Herr Prof. Dr. F. Simony bespricht verschiedene Verhältnisse der Gletscher des Dachsteingebirges.

Herr Prof. J. Seegen überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Genügen die bis jetzt angewendeten Methoden, um kleine Mengen Zucker mit Bestimmtheit im Harn nachzuweisen"?

Herr Prof. Dr. Adolf Weiss übergibt eine Abhandlung: „Beitrag zur Kenntniss der Perforationen an Pflanzengefässen", vom Herrn Dr. Ed. Tangl.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Februar 1871. Berlin; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1840 (Bd. 77. 16). Altona, 1871; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P Tome XLe, Nr. 159. Genève, Lausanne, Paris, 1871; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXII, Nrs. 11—12. Paris, 1871; 4°.

Gesellschaft, Astronomische, zu Leipzig: Vierteljahrsschrift. VI. Jahrgang, 1. Heft. Leipzig, 1871; 8°.

— Anthropologische, in Wien: Mittheilungen. I. Band, Nr. 7. Wien, 1871; 8°.

— geographische, in Wien: Mittheilungen. N. F. 4, 1871, Nr. 4. Wien; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. VI. Band, Nr. 8. Wien, 1871; 8°.

Hauer, Franz Ritter von, Zur Erinnerung an Wilhelm Haidinger. Wien, 1871; 4°.

Isis: Sitzungs-Berichte. Jahrgang 1870, Nr. 10—12. Dresden, 1871; 8°.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Memorie. Vol. XV. Parte 2ª. 1871; 4°. — Atti. Tomo XVI°, Serie IIIª Disp. 4ª. Venezia, 1870—71; 8°.

Landbote, Der steirische. 4. Jahrgang, Nr. 8. Graz, 1871; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen & Mittheilungen. Jahrgang 1871, Nr. 9. Wien; 8°.

Moritz, A., Zwei Bemerkungen zu Regnault's Tafel der Spannkraft des Wasserdampfes. Tiflis, 1870; 8°. — Kaukasische Ephemeriden für das Jahr 1871. Tiflis, 1870; 8°.

— und H. Kiefer, Sammlung von Hilfstafeln zur Berechnung barometrischer Höhenmessungen. Tiflis, 1870; 8°.

Nature. Nr. 76, Vol. III. London, 1871; 4°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXI. Jahrgang, Nr. 15. Wien, 1871; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig & Hübner. XIV. Jahrgang. N. F. VII. Band, 3. Heft. Leipzig, 1871; 8°.